

Με απόφαση της Γενικής Συνέλευσης του Τμήματος, σε περίπτωση αντιγραφής ή πρόθεσης αντιγραφής επιβάλλεται κύρωση σε όλους τους εμπλεκόμενους φοιτητές, κατ' ελάχιστον, ο αποκλεισμός από την εξεταστική περίοδο σε όλα τα μαθήματα του επόμενου ακαδημαϊκού εξαμήνου. Μετά την έναρξη της εξέτασης, η ύπαρξη κινήτου (έστω και απενεργοποιημένου) πάνω ή δίπλα σε κάποιον φοιτητή, θα θεωρηθεί ως πρόθεση αντιγραφής.



Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

100 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8:

Δείξτε ταυτότητα πριν φύγετε. Φεύγετε μόνο αφού παραδώσετε όλα σας τα χαρτιά.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Υπόδειγμα ενδιάμεσου διαγωνίσματος για Άνοιξη 2023-24

- 1 Για τα τρία ενδεχόμενα A, B, C γνωρίζουμε ότι $\mathbb{P}[A] = \mathbb{P}[C] = 0.5$, $\mathbb{P}[B] = 0.4$, $\mathbb{P}[A \cap B] = \mathbb{P}[B \cap C] = 0.2$, $\mathbb{P}[C \cap A] = 0.3$ και $\mathbb{P}[A \cap B \cap C] = 0.1$. Ποια η πιθανότητα να μην ισχύει κανένα από τα A, B, C ;
A: 0.2 B: 0.3 C: 0.8 D: 0
- 2 Η ΤΜ X είναι ομοιόμορφα κατανομημένη στο σύνολο $\{-9, -8, \dots, 8, 9\}$ και $Z = X^2$. Ποια η τιμή της συνάρτησης κατανομής $F_Z(10)$;
A: 7/19 B: 10/19 C: 0 D: 9/19
- 3 Η ΤΜ X έχει πυκνότητα πιθανότητας $f_X(x) = \mathbf{1}(x \geq 0) e^{-x}$. Αν $b > 0$ ποια η πιθανότητα $\mathbb{P}[-b \leq X \leq b]$;
A: $1 - e^{-b}$ B: e^{-b} C: $2e^{-b}$ D: $1 - 2e^{-b}$
- 4 Με πόσους τρόπους μπορούμε να επιλέξουμε υποσύνολα S, T του $\{0, 1, 2, \dots, n\}$ τ.ώ. $S \cap T = \emptyset$;
A: 2^n B: $3 \cdot 3^n$ C: 4^n D: 3^n
- 5 Μια τάξη αποτελείται από n παιδιά και θέλουμε να δημιουργήσουμε δύο ομάδες από παιδιά, τις A και B . Οι δύο αυτές ομάδες δεν έχουν κοινά μέλη. Το μέγεθος της κάθε ομάδας είναι ≥ 1 και οι δύο ομάδες δεν είναι κατ' ανάγκη ισομεγέθεις. Με πόσους τρόπους μπορούν να φτιαχτούν αυτές οι ομάδες;
A: $3^n - 2^{n+1} + 1$ B: $3^n - 2^n + 1$ C: 3^n D: $3^n - 2^{n+1}$
- 6 Ένα τεστ για την ασθένεια A βγαίνει θετικό με πιθ. 90% αν υπάρχει η ασθένεια και βγαίνει θετικό με πιθ. 5% αν όχι. Αν 10% του πληθυσμού έχουν την ασθένεια A τότε ποια είναι η πιθ. το τεστ να είναι σωστό όταν βγαίνει θετικό; Επιλέξτε τον πλησιέστερο από τους αριθμούς που δίδονται. (Υπόδ.: Χρησιμοποιείστε τον τύπο του Bayes.)
A: 0.45 B: 0.90 C: 0.70 D: 0.66
- 7 Επιλέγουμε τυχαία δύο τετράδες από δύο διαφορετικές τράπουλες. Ποια η πιθανότητα ότι δεν έχουν κοινό φύλλο; (Ένα φύλλο καθορίζεται από τον αριθμό και το σχήμα του.)
A: $48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 / (52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49)$ B: $49 \cdot 48 \cdot 47 / (52 \cdot 51 \cdot 50)$ C: $46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42 \cdot 41 / (52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47)$
D: $47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 / (52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48)$
- 8 Αν επιλέξουμε τυχαία μια μέρα του χρόνου τότε η πιθανότητα ότι το δελτίο καιρού για τη χώρα της Ευτυχίας προβλέπει βροχή είναι 0.3. Αν προβλέπεται βροχή για μια μέρα τότε η πιθανότητα ότι όντως θα βρέξει είναι 0.9. Αν δεν προβλέπεται βροχή για μια μέρα τότε η πιθανότητα ότι θα βρέξει είναι 0.3. Για μια τυχαία μέρα ποια είναι η πιθανότητα ότι και προβλέπεται βροχή και τελικά βρέχει;
A: 0.27 B: 0.19 C: 0.09 D: 0.18

Γράψτε τη λύση του προβλήματος στην πίσω σελίδα. Παραδίδετε αυτό το χαρτί και όλα τα πρόχειρα. Τα πρόχειρα δε βαθμολογούνται.

Πρόβλημα: (2 μονάδες) Έστω $A_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{1}{k+1}$. Βρείτε ένα τύπο για την ποσότητα A_n .

Απαγορεύεται η αποχώρηση για 1 ώρα. • Η διάρκεια της εξέτασης είναι 2 ώρες με κλειστές σημειώσεις και χωρίς κομπιουτεράκι. • Επιστρέψτε το χαρτί αυτό και όλα τα πρόχειρα. • Βαθμολογείστε μόνο από το χαρτί αυτό. • Κάθε σωστή απάντηση στις πολλαπλές επιλογές μετράει 1 και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν «παίξετε» τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0. • Κενές απαντήσεις μετράνε 0. • Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση. • Καλή επιτυχία.

Διδάσκων: Μιχάλης Κολουντζάκης

ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!