

ΔΑΚΤΥΛΙΟΙ και

MODULES

2023

ΝΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΦΟΛΙΑΔΙΟ 11^ο

Άσκηση 1^η Με βάση τον ορισμό
αποδεικνύουμε ότι η ϕ είναι
6-χέρι (6-δυναμικός, δνμδν)
ανακτατική, συμμετρική και
μεταβατική.

Άσκηση 2^η

Πρώτα απ'όλα απόδ. ότι οι
πράξεις είναι καλά ορισμένες

Αυτά δείχνει ότι αν

$(a, s) \sim (a', s')$ και $so(b, t) \sim (b', t')$

τότε ⁽¹⁾

$(a+t+b, s+t) \sim (a'+t'+b', s'+t')$

και ⁽²⁾ $so(a, b, s, t) \sim (a', b', s', t')$

Στη συνέχεια αποδεικνύουμε ότι είναι

715 δνμδντες του μεταβατικού
δυναμικού με παράδειγμα στο 1^ο β'ό

Άσκηση 3^η

Δεν είναι η φ μονοτονική, εν γένει.

Αυτό θα πει ότι αν $\varphi(a) = \varphi(b)$ ΔΕΝ ΣΥΜΕΤΑΓΕΤΑΙ οπωδήποτε

(για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$) ότι $a = b$

Αυτό, αφού $\varphi(a) = \varphi(b)$

$$\Rightarrow \frac{a-b}{1} \neq 0 \text{ ή } a = b$$

Ευχαριστείτε τον οργάνο

Αυτό σημαίνει ότι, $\exists u \in \mathbb{R}$ το

$$(a-b)u = 0 \Rightarrow (a-b)u = 0$$

Αν $u \neq 1$, τότε θα βυρτάξουν
ότι $a = b$

Алгоритм 4^н

$$(1) A \in S, \varphi(S) = \frac{1}{S} \in S^T R$$

апоод $\frac{1}{S} \in S$

$$\text{Алгоритм } K \text{ или } \frac{1}{S} \in S^T R, \text{ апоод } \text{зос } S \in S$$

$$\text{Алгоритм } \frac{1}{S} \odot \frac{1}{S} = \frac{S \cdot 1}{1 \cdot S} = \frac{1}{S} = \frac{1}{S}, \text{ зос } \text{апоод } \odot$$

зос $S^T R$

Апоод апоод $\exists u \in S$ (зэу апоод
ісхадзіліа каліс $u \in S$)

$$T.W. (S \cdot 1 - 1 \cdot S) u = 0 \cdot u = 0$$

$$(2) \alpha \in R, \alpha \in \ker \varphi \Rightarrow \varphi(\alpha) = \frac{1}{0} = \frac{1}{0} \Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{1}{0} \Rightarrow \exists \beta \in S \cdot T.W.$$

$$\Rightarrow \exists \beta \in S \cdot T.W. \alpha \cdot S = 0$$

$$(0 \cdot 1 - 0 \cdot 1) S = 0$$

$$(3) \exists \beta \in S \text{ or } \varphi(\alpha) = \varphi(\beta) \Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{1}{0}$$

$$\Rightarrow \exists u \in S \cdot T.W. (0 \cdot 1 - 1 \cdot 0) u = 0$$

$$\Rightarrow \exists u \in S \cdot T.W. (0 \cdot 1 - 1 \cdot 0) u = 0$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow 0 = 0 \\ & 0 = 0 - 0 \text{ and } 0 = 0 - 0 \\ & 0 \neq n \Rightarrow S \neq 0 \text{ and } 0 \neq n \\ & \Rightarrow 0 = n \cdot 0 \\ & 0 = 0 - 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

Τυπεία, άσκηση 4

(4) Αν, κάθε $a \in S$ είναι μονάδα του R

τότε ο $\varphi: R \rightarrow S^1R$ ($a \mapsto \frac{a}{1}$)
είναι ισομορφισμός
Από το (3) έπεται ότι ο φ
είναι μονομορφισμός

Οαφοι οι μονάδες του S ανήκουν
στο $\bar{S}$ είναι δυνατό να μην
και είναι $\neq 0$
Αρκεί να δείξουμε ότι ο φ
είναι και επιμορφισμός

Αυτο είναι προφανές αφού
αν $\frac{a}{s} \in S^1R \Rightarrow a \in R, s \in S$

$$\text{και, αφού, } s \in R \Rightarrow \varphi(a \cdot \bar{s}^1) = \frac{a \cdot \bar{s}^1}{1} = \frac{a}{s} \quad \checkmark$$

(5) Το $S^1R = \{\frac{a}{s} / a \in R, s \in S\}$

$$\text{αλλά το } S = R \setminus \{0\}.$$

$$\begin{aligned} \text{Επομένως } S^1R &= \{\frac{a}{b} / a \in R, b \in R \setminus \{0\}\} \\ &= \text{Quot}(R) \end{aligned}$$

Οι αγκύβεις 5, 6 και 7

είναι ανάλογες με τις προηγούμενες

Η διαφορά είναι ότι αντιστοιχούν

σε R -modules