

BIO-101.1 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Φυλλάδιο Ασκήσεων 4

Παραδώστε τις ασκήσεις 4.1, 4.2, 4.3, 4.4

Άσκηση 4.1 Εξετάστε ποιές από τις παρακάτω απεικονίσεις είναι γραμμικές.

- $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, f(x, y) = (3xy, 2y, x - y),$
- $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, g(x, y, z) = (3x + y + 1, x - y + z),$
- $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, h(x, y, z) = (0, 0, 0).$
- $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, g(x, y, z) = (3x + y + z, x - y + z),$

Άσκηση 4.2 Δίνεται η απεικόνιση $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ με $T(x) = Ax$, όπου

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

βρείτε τον τύπο της T (δηλ. $T(x, y, z)$). Εξετάστε εάν το διάνυσμα $(1, 2, 3)$ ανήκει στην εικόνα της T .

Άσκηση 4.3 Δίνεται η γραμμική απεικόνιση $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ με $L(x, y, z) = (x - y + z, x + 2z, y + z)$.

- Βρείτε τον πίνακα της L .
- Βρείτε μία βάση της εικόνας της L .

Άσκηση 4.4 Δίνεται η βάση $\mathcal{B} = \{(1, 1, 2), (0, -1, 1), (1, 0, 2)\}$ του \mathbb{R}^3 .

- Βρείτε τον πίνακα αλλαγής βάσης από τη \mathcal{B} στην κανονική, \mathcal{E} .
- Βρείτε τον πίνακα αλλαγής βάσης από την κανονική, \mathcal{E} , στην \mathcal{B} .

Άσκηση 4.5 Δίνεται η γραμμική απεικόνιση $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ με τύπο $f(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z)$ και οι βάσεις $\mathcal{B} = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\}$ και $\mathcal{C} = \{(1, 1), (0, 1)\}$ των χώρων \mathbb{R}^3 και \mathbb{R}^2 αντίστοιχα. Βρείτε τον πίνακα $[L]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}}$.