

Θεωρία Δοκτωρίων και
Modules
ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΦΥΛΛΑΔΙΟ 1°

(1) Αν R ακεραία περιοχή. Να αποδείξετε ότι:

(i) Κάθε πρώτο στοιχείο του R είναι ανάγωγο.

(ii) Αν ο R είναι π.μ.α τότε, κάθε ανάγωγο στοιχείο του R είναι πρώτο.

(2) Να αποδείξετε ότι η ακεραία περιοχή $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$, δεν είναι π.μ.α.

(3) Να αποδείξετε ότι ο $R = \mathbb{Z}[i]$ είναι π.μ.α.

Όμως $10 = 2 \cdot 5 = (1+3i)(1-3i)$

Πως μπορούμε να το εξηγήσουμε αυτό;

(4) Αν R π.κ.ι. και $p \in R$, $p \neq 0$ να αποδείξετε ότι οι ακόμους προτάσεις είναι μεταξύ τους εξισχύουσες:

(i) Το p είναι πρώτο στοιχείο του R .

(ii) Το p είναι ανάγωγο στοιχείο του R .

(iii) Το ιδέαϊο $\langle p \rangle$ είναι maximal.

(iv) Ο δοκώμιος $R/\langle p \rangle$ είναι σωμα.

(v) Ο δοκώμιος $R/\langle p \rangle$ είναι ακεραία περιοχή.

Παράδοση Δευτέρα, 9 Οκτωβρίου
2023