

# ΔΑΚΤΥΛΙΟΙ ΚΑΙ ΜΟΔΥΛΕΣ

2023

## Άσκηση 1

### Φυλάκιο 11

Οι άσκησης, όπως πάντα περιλαμβάνει με παραδείγματα

Άσκηση 1. Να αποδείξετε ότι, αν  $R$  είναι κλάση και  $S$  πύγμα πλάγια και κλάση υποσώρου του  $R$ , τότε η σχέση του  $R \times S$  είναι στην  $(a, t) := \exists u \in S \text{ π.ω. } (at - bs) u = 0$

Άσκηση 2. Να αποδείξετε ότι το εύρος του κλάση  $[a, s] := \frac{s}{a}$  του κλάση  $[a, s]$  είναι  $\frac{s}{a}$

$S^{-1}R = \{ \frac{sa}{b} \mid a \in R, s \in S \}$  με πλάγια

$$\frac{s}{a} \oplus \frac{t}{b} := \frac{s+t}{a+b}$$

$$\text{κλίμα } \frac{s}{a} \ominus \frac{t}{b} = \frac{s-t}{a \cdot b}$$

κλίμα  $\frac{s}{a}$  και  $\frac{t}{b}$  κλίμα  $\frac{s+t}{a+b}$  και  $\frac{s-t}{a \cdot b}$

Είναι περιλαμβανόμενος με παραδείγματα

Άσκηση 3. Να αποδείξετε ότι ο φούκιο ομοιομορφίας

$$f: R \rightarrow S^{-1}R \quad (a \mapsto \frac{a}{1})$$

Είναι είναι, εν γένει, μονομορφικός

(11)

Άσκηση 4 Νο αποδείξετε ότι

(1)  $\forall s \in S$ , το  $\varphi(s)$  είναι μονοειδές του  $S^{-1}R$

(2)  $O_{\text{ker } \varphi} = \{0 \in R \mid \text{για το οποίο υπάρχει } s \in S \text{ ο.σ.} = 0, \text{ για κάποιο } s \in S\}$

(3)  $\forall v \in O \neq S$  και το  $S^{-1}Sv$  περιέχει διαρπύτες του  $\underline{m}Sv$ , τότε,  $\varphi$  παραδοξολογεί

(4)  $\forall v \in S$  αποδείξετε ότι η προειδω του  $R$ , τότε ο  $\varphi$  είναι εσθηποξολογικός

(5)  $\forall R$  ακεραία περιόχμη και  $S = R \setminus \{0\}$ , τότε το  $S^{-1}R$  είναι το κλάσμα του  $R$ ,  $\{S^{-1}R = \text{Quot}(R)\}$

Άσκηση 5  $\forall M, R$ -module (και

$S$  πολλαπλασιαστική και  $\neq \emptyset$  υποσύνολο του  $R$ ) τότε  $\exists M \times S$  ομοιομορφία  $(m, s) \sim (m', s') \Leftrightarrow (\exists t \in S: (m \cdot s - m' \cdot s') \cdot t = 0)$  Νοι αποδείξετε ότι η σχέση είναι σχέση ισοδυναμίας και ότι το βιολό

$$S^{-1}M := \{ \frac{m}{s} \mid m \in M, s \in S \}$$

γίνεται  $S^{-1}R$ -module με πράξεις ως "φυσικών" πράξεων πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού

## Άσκηση 4 $M, N$ $R$ -module

και  $f: M \rightarrow N$  είναι ομομορφισμός από  $R$ -module,  $S$  πολλαπλασιασμός  $\in R$  να αποδείξετε ότι η σύνθεση

$$S^{-1}f: S^{-1}M \rightarrow S^{-1}N$$

$$S^{-1}f\left(\frac{m}{s}\right) := \frac{f(m)}{s}$$

είναι ένας, και ο πίνακας

ομομορφισμός από  $S^{-1}R$ -module

Άσκηση 5  $A, N$  και  $P$   $R$ -module

του  $R$ -module  $M$ , να αποδείξετε

$$(i) \quad S^{-1}(N+P) = S^{-1}N + S^{-1}P \quad \text{και}$$

$$(ii) \quad S^{-1}(NP) = S^{-1}N S^{-1}P$$

Παράδειγμα, εως

Παραίτηση  $\Delta$  Δείκτης  
Παραίτηση  $A$ . Ανταρπάζης