

**8ο Φυλλάδιο Ασκήσεων**

1. Βρείτε τὰ κυκλοτομικά πολυώνυμα  $\Phi_6, \Phi_8, \Phi_9$ .
2. Δείξτε τὶς ἀκόλουθες ιδιότητες τῶν κυκλοτομικῶν πολυωνύμων:

(α) Ἐστω  $p$  περιττός πρῶτος. Τότε

$$\Phi_{2p}(x) = x^{p-1} - x^{p-2} + \dots - x + 1.$$

(β)  $\Phi_{2n}(x) = \Phi_n(-x)$ , ὅπου  $n$  περιττός φυσικός.

(γ)  $\Phi_{pn}(x) = \Phi_n(x^p)/\Phi_n(x)$ , ὅπου  $(p, n) = 1$ .

(δ)  $\Phi_n(x) = \Phi_m(x^{n/m})$ , ὅπου  $m$  εἶναι τὸ γινόμενο τῶν διαφορετικῶν πρῶτων που εμφανίζονται στην ἀνάλυση τοῦ  $n$ .

(ε) Δείξτε ὅτι οἱ συντελεστές τοῦ πολυωνύμου  $\Phi_n(x)$  ικανοποιοῦν τὴν ιδιότητα  $a_k = a_{\phi(n)-k}$ , γιὰ κάθε  $k$  με  $0 \leq k \leq \phi(n)$ .