

Με απόφαση της Γενικής Συνέλευσης του Τμήματος, σε περίπτωση αντιγραφής ή πρόθεσης αντιγραφής επιβάλλεται κύρωση σε όλους τους εμπλεκόμενους φοιτητές, κατ' ελάχιστον, ο αποκλεισμός από την εξεταστική περίοδο σε όλα τα μαθήματα του επόμενου ακαδημαϊκού εξαμήνου. Μετά την έναρξη της εξέτασης, η ύπαρξη κινητού (έστω και απενεργοποιημένου) πάνω ή δίπλα σε κάποιον φοιτητή, θα θεωρηθεί ως πρόθεση αντιγραφής.



Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

100

1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9: 10:

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ  
Πρότυπο Διαγώνισμα, 22 Μαΐ. 2024

\*\*\*

**1** Οι συνεχείς ΤΜ  $X, Y, Z$  είναι ανεξάρτητες και ομοιόμορφα κατανομημένες στο διάστημα  $[0, R]$ . Χρησιμοποιώντας την ανισότητα Chebyshev ποιο είναι το καλύτερο άνω φράγμα που μπορείτε να δώσετε για την πιθανότητα

$$\mathbb{P} \left[ \left| X + Y + Z - \frac{3}{2}R \right| > t \right];$$

A:  $\frac{1}{12}R^2t^{-2}$  B:  $\frac{1}{4}R^2t^{-2}$  C:  $\frac{1}{6}R^2t^{-2}$  D:  $\frac{1}{4}R/t$

**2** Σε ένα δωμάτιο βρίσκονται 4 άτομα με κόκκινο καπέλο, 4 με πράσινο και 4 με μπλε. Κάτι συμβαίνει και τα καπέλα τους ανακατεύονται τυχαία. Κατά μέσο όρο πόσα άτομα φοράνε καπέλο με το ίδιο χρώμα όπως πριν? Επιλέξτε τον πλησιέστερο αριθμό.

A: 4.50 B: 4.66 C: 4.16 D: 4.00

**3** Σε ένα σακί μέσα βρίσκονται 10 όμοιες μπάλες αριθμημένες από 11 έως 20. Επιλέγουμε τη μια μετά την άλλη τρεις μπάλες (χωρίς επανάθεση). Ποια είναι η μέση τιμή του αθροίσματος των αριθμών των τριών μπαλών που επιλέξαμε; Επιλέξτε τον πλησιέστερο αριθμό στη σωστή απάντηση.

A: 46 B: 43 C: 44 D: 45

**4** Οι ΤΜ  $X_1, \dots, X_n$  είναι ανεξάρτητες και παίρνουν τιμή  $\pm 1$  με ίση πιθανότητα. Αν  $S = X_1 + \dots + X_n$  ποια είναι η μέση τιμή  $\mathbb{E}[2^S]$ ;

A:  $\left(\frac{5}{4n}\right)^n$  B:  $\left(\frac{5}{4}\right)^n$  C:  $\left(\frac{5}{2}\right)^n$  D:  $\left(\frac{5}{2n}\right)^n$

**5** Οι ΤΜ  $X_1, X_2, \dots$  είναι ανεξάρτητες, παίρνουν τιμές  $\pm 1$  και έχουν μέση τιμή 0. Ορίζουμε  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  και  $Z = X_1 + X_2 + \dots + X_n + X_{n+1}$ . Ποιος ο συντελεστής συσχέτισης  $\rho(Y, Z)$ ?

A:  $\sqrt{n/(n+1)}$  B:  $\sqrt{n/(n+2)}$  C:  $n/(n+1)$  D: 0

**6** Έχουμε δύο νομίσματα με πιθανότητα κορώνας  $p$ . Τα ρίχνουμε ταυτόχρονα μέχρι να φέρουν κορώνα το ένα και γράμματα το άλλο (δεν έχει σημασία ποιο φέρνει τι). Κατά μέσο όρο πόσες φορές τα ρίχνουμε; (Συμπεριλαμβανουμε την τελευταία φορά οπότε έρχονται κορώνα το ένα και γράμματα το άλλο.)

A:  $\frac{1}{2}p^{-1}(1-p)^{-1}$  B:  $p(1-p)$  C:  $2/p$  D:  $p^{-2}$

**7** Η συνεχής ΤΜ  $X$  έχει πυκνότητα της οποίας το γράφημα είναι ένα ισοσκελές τρίγωνο με βάση το διάστημα  $[-1, 1]$ . Ποια η διασπορά  $\sigma^2(X)$ ; Επιλέξτε τον πλησιέστερο αριθμό στη σωστή απάντηση.

A: 0.05 B: 0.10 C: 0.20 D: 0.15

**8** Ρίχνουμε  $N$  νομίσματα με πιθανότητα κορώνας  $p$  το καθένα και έστω  $X$  το πόσες κορώνες φέραμε. Ποια η τυπική απόκλιση του  $X$ ;

A:  $\binom{N}{2}p^2(1-p)^{N-2}$  B:  $\sqrt{Np(1-p)}$  C:  $\binom{N}{2}p^{N-2}(1-p)^2$  D:  $Np(1-p)$

**9** Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο ζάρι 9 φορές στη σειρά. Κατά μέσο όρο πόσες φορές θα δούμε στην 9άδα των αποτελεσμάτων να εμφανίζονται 3 διαδοχικά 6άρια;

A:  $7/6$  B:  $9/6$  C:  $9/6^3$  D:  $7/6^3$

**10** Το ζεύγος ΤΜ  $(X, Y)$  είναι ομοιόμορφα κατανομημένο στο δίσκο ακτίνας  $R$  με κέντρο το  $(0, 0)$ . Έστω  $Z = X^2 + Y^2$ . Τότε η πυκνότητα  $f_Z(t)$ , για  $t$  αρκετά μικρό και θετικό, ισούται με

A:  $2t/R^2$  B:  $\pi/R^2$  C:  $2\pi t/R^2$  D:  $1/R^2$

Επιστρέψτε το χαρτί αυτό και όλα τα πρόχειρα. • Βαθμολογείστε μόνο από το χαρτί αυτό. • Κάθε σωστή απάντηση στις πολλαπλές επιλογές μετράει ένα πόντο πολλαπλών επιλογών και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν «παίξετε» τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0. • Κενές απαντήσεις μετράνε 0. • Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Διδάσκων: Μιχάλης Κολουντζάκης

Το χαρτί αυτό και όλα τα πρόχειρα ΕΠΙΣΤΡΕΦΟΝΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!