ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - ΜΕΜ241 (ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2020-21)
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Γ. ΚΑΠΕΤΑΝΑΚΗΣ

ΒΟΗΘΗΜΑ: ΜΕΡΙΚΕΣ ΓΝΩΣΤΕΣ ΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

$$\begin{aligned}
(1+x)^n &= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k \\
(1+ax)^n &= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k x^k \\
\frac{1-x^{n-1}}{1-x} &= \sum_{k=0}^{n} x^k \\
\frac{1}{1-x} &= \sum_{n=k}^{\infty} x^k \\
\frac{1}{1-ax} &= \sum_{n=k}^{\infty} a^k x^k \\
\frac{1}{(1-x)^n} &= \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n+k-1}{k} x^k \\
e^x &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \\
\ln(1+x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} x^k
\end{aligned}$$

Για να λύσετε τις ασκήσεις, παρατηρήστε ότι με διαδοχικές παραγωγίσεις, από την εξίσωση

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{\infty} x^k$$

μπορούμε να δείξουμε ότι

$$\frac{x(1+x)}{(1-x)^3} = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 x^k.$$