Θεμέλια

Ελένη Τζανάκη & Θεόδουλος Γαρεφαλάκης

Εαρινο εξάμηνο 2019-20

(i) Αν $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n\}$, να βρείτε το πλήθος των αρτίων συναρτήσεων $f : A \to A$.

	$f(-1)$	$f(-2)$	......	$f(-n)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$	......	$f(n)$	
πλήθος επιλογών	$2n+1$	$2n+1$	......	$2n+1$	$2n+1$	1	1	......	1	➠ $(2n+1)^{n+1}$

(ii) Αν $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n\}$, να βρείτε το πλήθος των περιττών συναρτήσεων $f : A \to A$.

	$f(-1)$	$f(-2)$	......	$f(-n)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$	......	$f(n)$	
πλήθος επιλογών	$2n+1$	$2n+1$	......	$2n+1$	1	1	1	......	1	➠ $(2n+1)^{n}$

(iii) Να βρείτε το πλήθος των αμφιμονοσήμαντων συναρτήσεων $f : [n] \to [n]$.

	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	......	$f(n)$	
πλήθος επιλογών	n	$n-1$	$n-2$	......	1	➠ $n!$

(iv) Να βρείτε το πλήθος των 1-1 συναρτήσεων $f : [n] \to [m]$, όπου $m \geq n$.

	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	......	$f(n)$	
πλήθος επιλογών	m	$m-1$	$m-2$	......	$m-n+1$	➠ $m(m-1)\cdots(m-n+1) = \frac{m!}{(m-n)!}$

Εχουμε 14 διαφορετικά βιβλία εκ των οποίων 5 είναι ελληνικά, 3 γαλλικά και 6 γερμανικά.

(i) **Με πόσους τρόπους μπορόυμε να τα τοποθετήσουμε στη σειρά;**

Ο διαχωρισμός των βιβλίων ανα γλώσσα δεν έχει καμία σημασία

Εχουμε 14 διαφορετικά βιβλία να τα τοποθετήσουμε στη σειρά ➠ $14!$

(ii) **Με πόσους τρόπους μπορόυμε να τα τοποθετήσουμε στη σειρα ωστε να είναι τα βιβλία της ίδιας γλώσσας μαζί·**

$$\left.\begin{array}{cccc} \text{ελληνικά} & \text{γαλλικα} & \text{γερμανικά} & 5!\cdot 3!\cdot 6! \\ \text{ελληνικά} & \text{γερμανικά} & \text{γαλλικα} & 5!\cdot 6!\cdot 3! \\ \text{γαλλικα} & \text{ελληνικά} & \text{γερμανικά} & 3!\cdot 5!\cdot 6! \\ \text{γαλλικα} & \text{γερμανικά} & \text{ελληνικά} & 5!\cdot 6!\cdot 5! \\ \text{γερμανικά} & \text{γαλλικα} & \text{ελληνικά} & 6!\cdot 3!\cdot 5! \\ \text{γερμανικά} & \text{ελληνικά} & \text{γαλλικα} & 6!\cdot 5!\cdot 3! \end{array}\right\} \quad 3!(5!3!6!)$$

Με πόσους τρόπους μπορούμε να τοποθετήσουμε 20 βιβλία σε 5 διακεκριμένα ράφια:

(i) **αν τα βιβλία είναι πανομοιότυπα;**

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20 \Rightarrow \binom{20+5-1}{20}$

(ii) **αν τα βιβλία είναι διαφορετικά, έχει σημασία η σειρά τοποθέτησής τους στο ράφι και κάθε ράφι έχει 4 βιβλία;**

τα ράφια δεν έχουν ουσιαστική σημασία

απλώς μετράμε τους τρόπους να βαλουμε 20 διαφορετικά βιβλία στη σειρα ➠ 20!

(iii) **αν τα βιβλία είναι διαφορετικά και έχει σημασία η σειρά τοποθέτησής τους στο ράφι;**

βαζουμε τα 20 βιβλία στη σειρα

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

από τις 21 ενδιαμεσες θέσεις που δημιουργούνται ανάμεσα στα βιβλία επιλέγω 4 με επανάληψη

➠ $\binom{4+21-1}{4}$

Τελικά, όλες οι επιλογές τοποθετησης είναι $20!\binom{4+21-1}{4}$

Σε ένα ανελκυστήρα μπαίνουν 8 άτομα στο ισογειο ενός κτιρίου. Ο ανελκυστήρας ανεβαινει και σταματάει στον 6^o όροφο. Με πόσους τρόπους μπορεί να έχουν κατέβει τα 8 άτομα:

(i) αν όλοι θεωρούνται πανομοιότυποι;

$$x_1 + \cdots + x_6 = 8 \quad ➠ \quad \binom{8+6-1}{8}$$

(ii) αν έχουμε 5 γυναίκες και 3 αντρες;

$$x_1 + \cdots + x_6 = 5 \quad ➠ \quad \binom{5+6-1}{5}$$

$$x_1 + \cdots + x_6 = 3 \quad ➠ \quad \binom{3+6-1}{3}$$

τα ενδεχομενα είναι ανεξάρτητα, επομένως παίρνουμε το γινόμενο $\binom{5+6-1}{5}\binom{5+6-1}{5}$

Έχουμε 200 όμοιες μεγαλες βαλίτσες, 100 όμοιες μικρές βαλίτσες και θέλουμε να τις μεταφέρουμε από το Ηράκλειο στην Αθήνα. Έχουμε στη διάθεσή μας 6 διαφορετικές πτήσεις.

(i) Με πόσους τρόπους μπορούμε να μεταφέρουμε τις βαλίτσες αν δεν έχουμε περιορισμό στην χωρητικότητα των αεροπλάνων;

τρόποι να μοιράσουμε τις μικρες βαλίτσες = πλήθος λύσεων της $x_1 + \cdots + x_6 = 100$ ➠ $\binom{100+6-1}{100}$

τρόποι να μοιράσουμε τις μεγάλες βαλίτσες = πλήθος λύσεων της $x_1 + \cdots + x_6 = 200$ ➠ $\binom{200+6-1}{200}$

Τα ενδεχόμενα είναι ανεξάρτητα, επομένως παιρνουμε το γινομενο, δηλ. $\binom{200+6-1}{6-1}\binom{100+6-1}{6-1}$

(ii) Με πόσους τρόπους μπορούμε να μεταφέρουμε τις βαλίτσες αν δεν έχουμε περιορισμό στην χωρητικότητα των αεροπλάνων και θέλουμε κάθε αεροπλάνο να πάρει τουλάχιστον 10 μεγάλες και τουλάχιστον 5 μικρές βαλίτσες·

μοιράζουμε 10 μεγάλες και 5 μικρές βαλίτσες σε κάθε πτηση

μένουν 200-60 μεγάλες και 100-30 μικρές βαλίτσες για 6 πτήσεις

τρόποι να μοιράσουμε τις μικρες βαλίτσες = πλήθος λύσεων της $x_1 + \cdots + x_6 = 70$ ➠ $\binom{70+6-1}{70}$

τρόποι να μοιράσουμε τις μεγάλες βαλίτσες = πλήθος λύσεων της $x_1 + \cdots + x_6 = 140$ ➠ $\binom{140+6-1}{140}$

Τα ενδεχόμενα είναι ανεξάρτητα, επομένως παιρνουμε το γινομενο, δηλ. $\binom{140+6-1}{140}\binom{70+6-1}{70}$

Έστω ότι θέλουμε να συστήσουμε πενταμελές συμβούλιο από σύνολο 20 ατόμων. Στο συμβούλιο θα εκλεγούν πέντε μέλη εκ των οποίων ένα θα είναι πρόεδρος και ένα αντιπρόεδρος. Τα άλλα τρία (απλά) μέλη θεωρούνται ισότιμα μεταξύ τους. Να υπολογιστούν οι τρόποι να επιλέξουμε ενα τέτοιο συμβούλιο στις εξής περιπτώσεις:

(i) δίχως περιορισμό $\binom{20}{5} \cdot 5 \cdot 4 = 20 \cdot 19 \cdot \binom{18}{3}$

(ii) αν θεωρήσουμε δεδομένο ότι στην επιτροπή θα συμμετέχει ο φοιτητής A ως προεδρος

η επιτροπή έχει ήδη καθορισμένο πρόεδρο

αρκει να επιλέξουμε αντιπρόεδρο και 3 μέλη από 19 ατομα ➠ $19 \cdot \binom{18}{3}$

(iii) αν θεωρήσουμε δεδομένο ότι στην επιτροπή θα συμμετέχει ο φοιτητής A (είτε ως πρόεδρος είτε ως απλό μέλος)

τρόποι να συμμετέχει στην επιτροπή ο Α ως πρόεδρος ➠ $19 \cdot \binom{18}{3}$

τρόποι να συμμετέχει στην επιτροπή ο Α ως απλό μέλος ➠ $19 \cdot 18 \cdot \binom{17}{2}$

Τα δύο ενδεχόμενα είναι αμοιβαίως αποκλειόμενα, επομένως προσθέτουμε ➠ $19 \cdot \binom{18}{3} + 19 \cdot 18 \cdot \binom{17}{2}$

Έστω ότι θέλουμε να συστήσουμε πενταμελές συμβούλιο από σύνολο 20 ατόμων. Στο συμβούλιο θα εκλεγούν πέντε μέλη εκ των οποίων ένα θα είναι πρόεδρος και ένα αντιπρόεδρος. Τα άλλα τρία (απλά) μέλη θεωρούνται ισότιμα μεταξύ τους. Να υπολογιστούν οι τρόποι να επιλέξουμε ενα τέτοιο συμβούλιο στις εξής περιπτώσεις:

(iv) αν θεωρήσουμε δεδομένο ότι στην επιτροπή θα συμμετέχει ο φοιτητής A ως πρόεδρος, ή η φοιτήτρια B ως αντιπρόεδρος (ή και οι δύο, με αυτές τις δύο ιδιότητες).

τρόποι να συμμετέχει στην επιτροπή ο Α ως πρόεδρος ➠ $19 \cdot \binom{18}{3}$

τρόποι να συμμετέχει στην επιτροπή η Β ως αντιπρόεδρος ➠ $19 \cdot \binom{18}{3}$

τρόποι να συμμετέχει στην επιτροπή ο Α ως πρόεδρος και η Β ως ανιπρόεδρος ➠ $\binom{18}{3}$

εγκλεισμος-αποκλεισμος: $19 \cdot \binom{18}{3} + 19 \cdot \binom{18}{3} - \binom{18}{3}$

(i) **Πόσα υποσύνολα του $\{1, 2, 3, \ldots, 2n\}$ περιέχουν ακριβώς k περιττούς ακεραίους;**

$\{1, 2, \ldots, 2n\} = \{1, 3, \ldots, 2n-1\} \cup \{2, 4, \ldots, 2n\} = A \cup B$

διαλέγουμε k στοιχεία από το A και οποιοδήποτε υποσύνολο του B ➠ $\binom{n}{k}2^n$

(ii) **Πόσα υποσύνολα του $\{1, 2, 3, \ldots, 2n\}$ περιέχουν το πολύ k περιττούς ακεραίους;**

A_i το συνολο των υποσυνόλων του $\{1, 2, 3, \ldots, 2n\}$ που περιέχουν ακριβώς i περιττούς ακεραίους

Το ζητουμενο: $A = A_0 \cup A_1 \cup \cdots \cup A_k$

η ένωση είναι ξένη, αρα $|A| = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i}2^n$

(i) Πόσοι είναι οι αναγραμματισμοί της λέξης Π Α Ρ Α Λ Λ Η Λ Ο Σ; $\frac{10!}{2!3!}$

(ii) Πόσοι αναγραμματισμοί από αυτούς αρχίζουν από Π; $\frac{9!}{2!3!}$

(iii) Πόσοι αναγραμματισμοί από αυτούς περιεχουν τα γραμματα ΗΛ διαδοχικα·

Π, Α, Ρ, Α, Λ, $\boxed{\text{ΗΛ}}$ Λ, Ο, Σ ➠ $\frac{9!}{2!2!}$

(iv) Πόσοι αναγραμματισμοί από αυτούς περιεχουν τα γραμματα Η,Λ σε διπλανες θέσεις;

Π, Α, Ρ, Α, Λ, $\boxed{\text{ΗΛ}}$ Λ, Ο, Σ ➠ $\frac{9!}{2!2!}$

Π, Α, Ρ, Α, Λ, $\boxed{\text{ΛΗ}}$, Λ, Ο, Σ ➠ $\frac{9!}{2!2!}$

Π, Α, Ρ, Α, $\boxed{\text{ΛΗΛ}}$, Λ, Ο, Σ ➠ $\frac{8!}{2!}$

εγκλεισμός αποκλεισμός ➠ $\frac{9!}{2!2!} + \frac{9!}{2!2!} - \frac{8!}{2!}$

(v) Πόσοι αναγραμματισμοί από αυτούς αρχίζουν από Π **και** περιεχουν τα γραμματα ΗΛ διαδοχικα·

$\underline{\text{ Π }}$, Α, Ρ, Α, Λ, $\boxed{\text{ΗΛ}}$ Λ, Ο, Σ ➠ $\frac{8!}{2!2!}$

(vi) Πόσοι αναγραμματισμοί από αυτούς αρχίζουν από Π **ή** περιεχουν τα γραμματα ΗΛ διαδοχικα·

εγκλεισμός αποκλεισμός των (ii), (iii), (v) ➠ $\frac{9!}{2!3!} + \frac{9!}{2!2!} - \frac{8!}{2!2!}$

Θέλουμε να μοιράσουμε 10 πορτοκάλια και 8 μήλα σε 4 παιδιά. Με πόσους τρόπους μπορούμε να το κάνουμε:

(i) αν δεν έχουμε κανένα περιορισμό;

τροποι να μοιράζουμε τα πορτοκάλια: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$ ➠ $\binom{10+4-1}{10}$

τροποι να μοιράζουμε τα μήλα: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ ➠ $\binom{8+4-1}{8}$

τα ενδεχόμενα είναι ανεξάρτητα, επομένως παιρνουμε το γινόμενο ➠ $\binom{10+4-1}{10} \cdot \binom{8+4-1}{8}$

(ii) αν κάθε παιδί πρέπει να πάρει τουλάχιστον ένα πορτοκάλι;

μοιράζουμε από ένα πορτοκάλι σε κάθε παιδί, επομένως μένουν 6 πορτοκάλια

Θέλουμε να μοιράσουμε 6 πορτοκάλια και 8 μήλα σε 4 παιδιά

Κανοντας ίδιους συλλογισμους με το (i) έχουμε $\binom{6+4-1}{6} \cdot \binom{8+4-1}{8}$

(i) **Πόσους πενταψήφιους αριθμούς με διαφορετικά ψηφία μπορούμε να σχηματίσουμε με τα ψηφία $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$;**

<u>1ος τρόπος:</u> $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = P(7, 5) = \frac{7!}{2!}$

<u>2ος τρόπος:</u> διαλέγω μία πεντάδα και μετά τους βαζω στη σειρα ➠ $\binom{7}{5}5! = \frac{7!}{5!2!}5! = \frac{7!}{2!}$

(ii) **Πόσοι από αυτούς είναι περιττοί;**

το πλήθος επιλογών για την τελευταία θέση του πενταψήφιου είναι 4

οι επιλογές για τα υπολοιπα 4 ψηφία είναι $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

Τελικά, $4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

(iii) **Πόσοι από αυτούς είναι μικρότεροι ή ίσοι του 30000;**

το πλήθος επιλογών για την πρώτη θέση του πενταψήφιου είναι 2

οι επιλογές για τα υπολοιπα 4 ψηφία είναι $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

Τελικά, $2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

Στις παρακατω ερωτήσεις όλα τα άτομα θεωρούνται διακριτά.

(i) Με πόσους τρόπους μπορούν 3 αγόρια και 3 κορίτσια να καθίσουν στην σειρά; $6!$

(ii) Σε πόσους από αυτούς κάθονται αγορια κορίτσια εναλλάξ; $2 \cdot (3!)^2$

A,K,A,K,A,K ➠ $3! \cdot 3!$

K,A,K,A,K,A ➠ $3! \cdot 3!$

(iii) Σε πόσους από αυτούς όλα τα κορίτσια κάθονται σε διαδοχικές θεσεις; $4 \cdot (3!)^2$

K,K,K,A,A,A ➠ $3! \cdot 3!$

A,K,K,K,A,A ➠ $3! \cdot 3!$

A,A,K,K,K,A ➠ $3! \cdot 3!$

A,A,A,K,K,K ➠ $3! \cdot 3!$

(iv) Σε πόσους από αυτούς μόνο τα αγόρια κάθονται σε διαδοχικες θέσεις; $2 \cdot (3!)^2$

A,A,A,K,K,K ✘

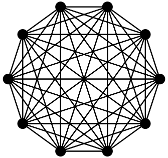
K,A,A,A,K,K ➠ $3! \cdot 3!$

K,K,A,A,A,K ➠ $3! \cdot 3!$

K,K,K,A,A,A ✘

(i) 10 άτομα συναντιούνται και ανταλλάσσουν χειραψίες. Πόσες χειραψίες γίνονται;

$\binom{10}{2} = \frac{10!}{8!2!} = \frac{10 \cdot 9}{2}$



πλήθος διαγωνίων $\frac{10 \cdot 9}{2}$

(ii) 10 άτομα συναντιούνται και ανταλλάσσουν χειραψίες, εκτός των A και B που έχουν μαλώσει. Πόσες χειραψίες γίνονται;

$\binom{10}{2} - 1$

(i) 6 ορειβάτες χωρίζονται σε 3 ομάδες για να φτάσουν στην κορυφή του κοντινού βουνού. Αν οι ομάδες θέλουμε να αποτελούνται από 3, 2 και 1 άτομα αντίστοιχα, με πόσους τρόπους μπορούν να φτιάξουν αυτές τις 3 ομάδες;

$\binom{6}{3,2,1} = \frac{6!}{3!2!1!}$

(ii) Αν χωρίζονταν σε 2 ομάδες των 3 ατόμων με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να μοιραστούν;

$\binom{6}{3,3} = \frac{6!}{3!3!}$

(i) **Εάν έχετε 2 κέρματα του ενός ευρώ, 2 εικοσάλεπτα και 3 πεντάλεπτα, πόσα διαφορετικά ποσά μπορείτε να πληρώσετε, χωρίς να χρειαστείτε ρέστα;**

Ολα τα ποσά που μπορούμε να δημιουργήσουμε είναι της μορφής

$$a \cdot 1 + b \cdot 0.2 + c \cdot 0.05, \quad \text{όπου } a \in \{0,1,2\}, b \in \{0,1,2\} \text{ και } c \in \{0,1,2,3\}$$

Ολα τα παραπανω ποσά είναι ανα δύο διαφορετικά (κανενας συνδυασμός κερμάτων δεν μπορει να αντικαταστήσει κάποιο άλλο κέρμα)

Αρα έχουμε $3 \cdot 3 \cdot 4$ επιλογές

(ii) **Εάν έχετε 2 κέρματα των 2 ευρώ, 2 κέρματα του 1 ευρω και και 3 κέρματα των 50 λεπτών, η απάντηση θα ήταν ίδια; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.**

οι περιπτώσεις θα ειναι λιγότερες, διότι υπάρχουν ποσά τα οποία μπορούν να δημιουργηθουν από διαφορετικές επιλογές κερμάτων

π.χ. 2 ή $1+1$

(i) **Με πόσους τρόπους μπορείτε να διαλέξετε 4 παπούτσια από 5 διαφορετικά ζευγάρια;**

Διαλεγουμε 4 από 10 παπούτσια ➠ $\binom{10}{4}$

(ii) **Σε πόσους από αυτούς έχετε τουλάχιστον ένα ζευγάρι;**

1ος τρόπος: Μετραμε όλους τους τρόπους να μην έχουμε κανένα ζευγάρι και τους αφαιρούμε από το $\binom{10}{4}$

Τρόποι να μήν έχουμε κανένα ζευγάρι:

επιλέγουμε 4 από τα 5 ζευγάρια παπουτσιών $\binom{5}{4}$

από τα επιλεγμένα ζευγάρια διαλέγουμε ανάμεσα σε δεξί ή αριστερό 2^4

αρα οι τρόποι να μην έχουμε κανένα ζευγάρι είναι $\binom{5}{4} \cdot 2^4$

αρα οι τρόποι να έχουμε τουλάχιστον ένα ζευγάρι είναι $\binom{10}{4} - \binom{5}{4} \cdot 2^4 = 210 - 80 = 130$

(ii) **Σε πόσους από αυτούς έχετε τουλάχιστον ένα ζευγάρι;**

2ος τρόπος:

εχω το:	διαλέγω 2 από τα υπολοιπα 8 παπούτσια	
ζευγαρι 1	$\binom{8}{2}$	
ζευγαρι 2	$\binom{8}{2}$	
ζευγαρι 3	$\binom{8}{2}$	$5\binom{8}{2}$
ζευγαρι 4	$\binom{8}{2}$	
ζευγαρι 5	$\binom{8}{2}$	

εχω το:

ζευγαρι 1 και 2

ζευγαρι 1 και 3

$\vdots$

$\binom{5}{2}$

εγκλεισμός-αποκλεισμός: δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε τομές ανα 3, ανα 4 και ανα 5

Αρα, $5 \cdot \binom{8}{2} - \binom{5}{2} = 140 - 10$

(iii) **Σε πόσους από αυτούς έχετε (ακριβώς) δύο ζευγάρια;**

διαλέγω 2 από τα 5 ζευγάρια ➠ $\binom{5}{2}$

(i) Με πόσους τρόπους μπορούμε να μοιράσουμε 10 διαφορετικά βιβλία σε 5 φοιτητές ώστε ο καθένας να πάρει από 2;

$$\binom{10}{2}\binom{8}{2}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2} = \binom{10}{2,2,2,2,2}$$

(ii) Με πόσους τρόπους μπορούμε να μοιράσουμε 10 διαφορετικά βιβλία σε 4 φοιτητές ώστε ο καθένας να πάρει 2 (αρα θα περισσέψουν δύο βιβλία);

Ιδια απάντηση

$$\binom{10}{2}\binom{8}{2}\binom{6}{2}\binom{4}{2}$$

(i) **Με πόσους τρόπους μπορούμε να διατάξουμε τα ψηφία $1, 2, \ldots, 9$ ώστε ανάμεσα στο 1 και στο 2 να υπάρχουν ακριβώς 3 ψηφία;** $2 \cdot 5 \cdot 7!$

1				2					➠	7!
	1				2				➠	7!
		1				2			➠	7!
			1				2		➠	7!
				1				2	➠	7!

Επιπλέον, αλλές τόσες περιπτώσεις όπου το 2 προηγείται του 1

(ii) **Με πόσους τρόπους μπορούμε να διατάξουμε τα ψηφία $1, 2, \ldots, 9$ ώστε το 1 να είναι πριν το 2 και το 2 πριν το 3;**

από τις 9 θέσεις διαλέγουμε 3 στις οποίες τοποθετούμε (με μοναδικό τρόπο) τα 1,2,3 ➠ $\binom{9}{3}$

μενουν 6 θέσεις στις οποίες τοποθετούμε τα ψηφία $4, 5, \cdots, 9$ με οποιοδήποτε τροπο ➠ $6!$

τελικά $\binom{9}{3} \cdot 6!$

Σε ένα διαγώνισμα υπάρχουν 15 ερωτήσεις τύπου Σωστό/Λάθος. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να απαντήσει το διαγώνισμα ένας φοιτητής:

(i) αν έχει τη επιλογή να αφήσει κενές κάποιες απαντήσεις;

15 ερωτήσεις, για κάθε μία έχουμε 3 επιλογές: Σ, Λ, κενο ➠ 3^{15}

(ii) αν δεν έχει τη επιλογή να μήν απαντήσει κάποιες από τις ερωτήσεις;

15 ερωτήσεις, για κάθε μία έχουμε 2 επιλογές: Σ, Λ ➠ 2^{15}