

ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - Εαρινό εξάμηνο 2018-19
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 9

Πρόβλημα 1. Από τό βιβλίο του A. Gathmann, άσκηση 10.12,

Πρόβλημα 2. Έστω $X \subset \mathbb{P}^n$ αλγεβρικό και T_A προβολικός μετασχηματισμός. Δείξτε ότι ένα σημείο $a \in X$ είναι ομαλό εάν και μόνον εάν τό $T_A(a) \in T_A(X)$ είναι ομαλό.

Πρόβλημα 3. Έστω Q η quadric στο \mathbb{P}^n που ορίζεται από τήν τετραγωνική μορφή $Q(x) = x^t A x$. Δείξτε ότι η Q είναι smooth (δηλ. κάθε σημείο της είναι ομαλό) αν και μόνον αν ο $(n + 1) \times (n + 1)$ συμμετρικός πίνακας A έχει $\det A \neq 0$ (χρησιμοποιείστε την παραπάνω άσκηση 10.12 από τό βιβλίο του A. Gathmann).

Πρόβλημα 4. Έστω Q_1 και Q_2 smooth quadrics στο \mathbb{P}^2 που αντιστοιχούν στους 2×2 συμμετρικούς πίνακες A_1 και A_2 . Για κάθε $[\lambda, \mu] \in \mathbb{P}^1$ συμβολίζουμε ως $Q_{\lambda, \mu}$ την quadric που αντιστοιχεί στον πίνακα $\lambda A_1 + \mu A_2$. Με αυτόν τόν τρόπο παίρνουμε μια οικογένεια από quadrics που παραμετρίζονται από τά σημεία του \mathbb{P}^1 . Δείξτε ότι η παραπάνω οικογένεια περιέχει το πολύ 3 singular quadrics.

Πρόβλημα 5-8. Από τό βιβλίο του A. Gathmann, ασκήσεις 10.17, 10.20, 10.22, 10.23.