

Θέμα 5° (α) Δώστε ένα παράδειγμα

① επιχειρήσιμης ομάδας η οποία δεν είναι μηδενοδύναμη.

(β) Να αποδείξετε ότι η  $V$  είναι

① χαρακτηριστική υποομάδα της  $A_4$ .  
Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι  
 $V \trianglelefteq S_4$ ;

Θέμα 6° (Ορισμός: Έστω  $G$  ομάδα. Μία

υποομάδα  $M$  της  $G$  θα λέγεται maximal όταν  $M \neq G$  και αν  $H \leq G$  τέτοια ώστε  $M \leq H \leq G$ , τότε επεξεύει ότι  $M=H$  ή  $H=G$ )

(α) Έστω  $G$  μηδενοδύναμη ομάδα

① και  $M$  maximal υποομάδα αυτής.  
Να αποδείξετε ότι  $M \trianglelefteq G$ .

(β) Έστω  $G$  ομάδα και

$$\Phi(G) := \bigcap_{M \text{ maximal της } G} M$$

①

Να αποδείξετε ότι η  $\Phi(G)$  είναι χαρακτηριστική υποομάδα της  $G$

(γ) Έστω  $G$  πεπεραμένη, μηδενοδύναμη ομάδα. Να αποδείξετε ότι

①

$$[G, G] \leq \Phi(G).$$

Καλή επιτυχία. Ηράκλειο 3-1-2019

Ο Διδάσκων

Γεώργιος Α. Αντωνιάδης, Κωφινής