

ΘΕΟΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 9^ο

1) Κάποιος είχε 620 χαρτονομίσματα του χαρτονομισμάτα των 20, 50 και 100 €, σύνολο χαρτονομισμάτων 15. Το συνολικό ποσό ήταν 690 €. Πόσα χαρτονομισμάτα είχε από κάθε είδος;

2) Μία ομάδα ⁴¹ ανθρώπων, άνδρες γυναίκες και παιδιά δειπνούν σε κάποια ταβέρνα. Ο λογαριασμός είναι 400 €. Κάθε άντρας πληρώνει 40 €, κάθε γυναίκα 30 € και κάθε τριάδα παιδιών πληρώνει 10 €. Πόσοι άνδρες, γυναίκες και παιδιά πήραν μέρος στο δείπνο; (Βασίλης)

3) Να λύσετε το διαφαντικό σύστημα

$$x + y + z = 30, \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + 2z = 30$$

(Fibonacci 1228)

4) Ένας έμπορος αγόρασε τρία είδη εμπορευμάτων και πλήρωσε 4000 € για συνολικά 100 κομμάτια. Κάθε κομμάτι από το πρώτο είδος κοστίζει 120 €, από το δεύτερο 50 € και από το τρίτο 25 €.

Αν ο έμπορος αγόρασε ένα τουλάχιστο κομμάτι από κάθε είδος τότε πόσα κομμάτια από κάθε είδος είχε αγοράσει;

5) Ένας τοιχοδερμικός υπάλληλος έχει γραμματόσημα μόνο των 42 λεπτών και των 63 λεπτών. Ποιός συνδυασμός πρέπει να κάνει για να πληρώσει ένα πακέτο ποσού ακριβώς

(α) 10,50 € (β) 12,00 € (γ) 23,31 € ;

(6) Αν το άθροισμα δύο διαδοχικών ακέραιων είναι τέλει τετράγωνο να αποδείξετε ότι ο μικρότερος είναι κάδος τετραγώνου και ο μεγαλύτερος υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου.

(7) Να αποδείξετε ότι η πυθαγόρεια τριάδα (3, 4, 5) είναι η μοναδική πρωτογενής πυθαγόρεια τριάδα στην οποία οι πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου είναι διαδοχικοί ακέραιοι.

(8) Αν (x, y, z) είναι πρωτογενής πυθαγόρεια τριάδα τότε ε τουλάχιστο ένα από τα x, y, z διαιρείται με 5.

(9) Να βρεθούν όλα τα πυθαγόρεια τρίγωνα των οποίων το εμβαδόν είναι 60 με την περίμετρό τους

(10) Να λύσετε την διοφαντική εξίσωση

$$x^2 + 2y^2 = z^2$$