(Α)

Θεωρία Ομάδων | 2018-2019
Πρόοδος, 15-11-2018

Θέμα 1° Να προσδιορίσετε έναν, μη-τετριμμένο, ομομορφισμό ομάδων $\varphi: S_3 \to \mathbb{Z}_3$, αν υπάρχει. Αν δεν υπάρχει να δικαιολογήσετε γιατί.

Θέμα 2° Αν μία πεπερασμένη ομάδα G έχει δύο ακριβώς κλάσεις συζυγίας, να αποδείξετε ότι $|G|=2$

Θέμα 3° Αν G μία πεπερασμένη p-ομάδα και X ένα πεπερασμένο G-σύνολο, να αποδείξετε ότι

$$|X| \equiv |X_G| \pmod{p} \quad (X_G := \{x \in X \mid g * x = x, \forall g \in G\})$$

Θέμα 4° Η ομάδα G είναι απλή και έχει τάξη $|G| = 168$. Πόσα στοιχεία τάξεως 7 έχει;

Θέμα 5° Να αποδείξετε ότι η A_6 δεν έχει υποομάδα με 72 στοιχεία.
(Γνωστό: Η A_n, $n \geq 5$ είναι απλή ομάδα.)

Διάρκεια της εξέτασης: 2 ώρες.
Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Καλή επιτυχία!, Ηράκλειο, 12-11-2018
Ο διδάσκων
Ιωάννης Α. Αντωνιάδης
Καθηγητής

(B)

Θεωρία Ομάδων | 2018-2019

Πρόοδος, 15-11-2018

Θέμα 1° Να προσδιορίσετε έναν, μη-τετριμμένο, ομομορφισμό ομάδων $\varphi: \mathbb{Z}_{10} \to \mathbb{Z}_8$, αν υπάρχει. Αν δεν υπάρχει να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

Θέμα 2° Έστω G ομάδα, $M \trianglelefteq G$ και $N \trianglelefteq G$. Αν $H \leq G$, τέτοια ώστε, $H \cap M = H \cap N$, να αποδείξετε ότι $HM/M \cong HN/N$.

Θέμα 3° Έστω G ομάδα τάξης $|G| = 8$ και X ένα G-σύνολο, $|X| = 15$. Να αποδείξετε ότι η δράση της G στο σύνολο X αφήνει σταθερό ένα τουλάχιστο στοιχείο του X.

Θέμα 4° Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει απλή ομάδα τάξεως 992.

Θέμα 5° Να αποδείξετε ότι η ομάδα A_6 δεν έχει υποομάδα με 72 στοιχεία. (Γνωστό: Η A_n, $n \geq 5$ είναι απλή ομάδα.)

Διάρκεια της εξέτασης: 2 ώρες.
Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Καλή επιτυχία!, Ηράκλειο, 12-11-2018

Ο διδάσκων

Ιωάννης Α. Αντωνιάδης

Καθηγητής