

# Θεωρία Ομάδων

Φυλλάδιο 8<sup>ο</sup>

## Ασκήσεις

### Πεπερασμένες αβελιανές ομάδες

- (1) Ναι υπολογίζουν ότι οι αβελιανές ομάδες τάξης 360
- (2) Το ίδιο για  $\#(G) = 504$
- (3) Το ίδιο για  $\#(G) = 2000$
- (4) Αν  $P$  πεπερασμένη αβελιανή  $P$ -ομάδα να αποδείξετε ότι το 6<sup>ο</sup> νομο

$$H := \{a \in G \mid \text{ord}(a) \mid P^r\} \quad (\text{για κάποιον } r \geq 1)$$

είναι υποομάδα της  $G$

Δώστε ένα παράδειγμα πεπερασμένης  $P$ -ομάδας (βუნτάς όχι αβελιανής!) στην

οποία τα βωχίαι των οποίων  $n$  τάξη διαιρεί το  $P$ , δεν είναι υποομάδα αυτής.

- (5) Αν  $G$  πεπερασμένη αβελιανή ομάδα τάξης  $n$  και  $d \in \mathbb{N}$  τ.ω.  $d \mid n$ , τότε υπάρχει  $H \leq G$  με  $\#(H) = d$ .

- (6) Θρίψος είναι  $\#(G) = n$ . Ο ελάχιστος φυσικός σκέραος  $m$  για τον οποίο ισχύει  $a^m = 1, \forall a \in G$ , λέγεται εκθέτης της  $G$ . Αν τώρα  $G$  πεπερασμένη, αβελιανή να αποδείξετε ότι  $[G \text{ κυκλική}] \Leftrightarrow [m=n]$

Ηράκλειο, 12-11-2018, Γιάννης Α. Αντωνιάδης