

Φύλλο 5^ο

Ασκήσεις (Θ. ομάδων)

(1) Να αποδείξετε ότι οι μοναδικές ομάδες τάξης 6 είναι η κυκλική και η $S_3 = D_3$

(2) Να αποδείξετε ότι η $H = \langle (12)(34) \rangle \trianglelefteq V$ (V η ομάδα του Klein), $V \trianglelefteq A_4$,

αλλά $H \not\trianglelefteq A_4$

(3) Να αποδείξετε ότι η A_4 δεν έχει υποομάδα τάξης 6

(4) Να αποδείξετε ότι η A_5 δεν έχει υποομάδα τάξης 20

(5) Αν $H \leq G$ να αποδείξετε ότι
 $C_H(x) = C_G(x) \cap H$

(6) Αν $H \leq G$, να αποδείξετε ότι

$C_G(H) \trianglelefteq N_G(H)$ και ότι

$$\frac{N_G(H)}{C_G(H)} \cong \left(\begin{array}{l} \text{προς μία υποομάδα} \\ \text{της } A \text{ με } A \in C(H) \end{array} \right)$$

(7) Να αποδείξετε ότι η απεικόνιση $\text{Con} G$
 $\varphi_g: G \rightarrow G \quad \varphi_g(x) = g x g^{-1}$ είναι συζωμορφία

προς την G . Έστω $\text{Inn} G = \{ \varphi_g \mid g \in G \}$. Να αποδείξετε ότι $\text{Inn} G \trianglelefteq \text{Aut} G$ και ότι

$$\frac{G}{Z(G)} \cong \text{Inn} G \quad \checkmark$$