

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Χειμερινό Εξάμηνο 2018

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

Ασκήσεις για το εργαστήριο της Πέμπτης 1 Νοεμβρίου

1. Αν V, W είναι υπόχωροι του \mathbb{R}^m και $W \subseteq V$, δείξτε ότι $\dim W \leq \dim V$.
Υπόδειξη. Είπαμε στο μάθημα ότι η διάσταση ενός υποχώρου V δείχνει το μέγιστο πλήθος γραμμικώς ανεξαρτήτων διανυσμάτων που μπορεί κανείς να βρει μέσα στον V .
2. Εξηγήστε γιατί $\dim \mathbb{R}^m = m$. (Θεωρούμε τον \mathbb{R}^m ως υπόχωρο του εαυτού του.)

Στις επόμενες τρεις ασκήσεις (3, 4 και 5) μπορείτε ν' απαντήσετε μέσα σε μια-δυο γραμμές αν "μεταφράσετε" αυτό που ζητά η άσκηση σε ερώτημα σχετικό με μηδενόχωρους πινάκων.
3. Γιατί το υποσύνολο του \mathbb{R}^n , που αποτελείται από εκείνες τις n -άδες με μηδενική πρώτη συντεταγμένη, είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^n ; Ποια είναι η διάστασή του;
4. Γιατί το υποσύνολο του \mathbb{R}^n , που αποτελείται από εκείνες τις n -άδες των οποίων το άθροισμα συντεταγμένων είναι ίσο με 0, είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^n ; Ποια είναι η διάστασή του;
5. Έστω S το υποσύνολο του \mathbb{R}^n , που αποτελείται από εκείνες τις n -άδες των οποίων η πρώτη συντεταγμένη είναι 0 και το άθροισμα των υπολοίπων συντεταγμένων είναι ίσο με 0. Δείξτε ότι το S είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^n και υπολογίστε τη διάστασή του.
6. Έστω ότι V είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^m και $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ είναι βάση του V . Δείξτε ότι και το σύνολο $C = \{b_1, b_1 + b_2, b_1 + b_2 + b_3, b_1 + b_2 + b_3 + b_4\}$ είναι βάση του V .