

6.6 Ασκήσεις

1. Να αποδείξετε τις ιδιότητες από (6.3.1) μέχρι (6.3.9)
2. Ομοίως από (6.3.12) μέχρι (6.3.15)
3. Ομοίως για τις (6.3.16) με (6.3.19)
4. Να αποδείξετε ότι για κάθε $n \geq 2$ ισχύει η ισοτιμία

$$L_{2^n} \equiv 7 \pmod{10}$$

5. Να αποδειχτεί ότι για κάθε $n \geq 1$

$$2^n L_n \equiv 2 \pmod{10}$$

6. Να αποδείξετε ότι $L_{n+1} + L_{n-1} = 5F_n$ για $n \geq 2$. Συμπεράνετε ότι $5 \nmid L_n$ για $n \geq 1$.
7. Αν $m = n^{13} - n$ και $n > 1$ να αποδείξετε ότι $30290 \mid F_m$. (Υπόδειξη: Να αποδείξετε πρώτα ότι $a^{13} \equiv a \pmod{2730}$).
8. Για κάθε $n \geq 1$ να αποδείξετε ότι $18 \mid F_{n+11} + F_{n+7} + 8F_{n+5} + F_{n+3} + 2F_n$.