

Θεωρία Αριθμών για την  
 Εκπαίδευση  
 Αρκίτες  
 Φυλλάδιο 2<sup>ο</sup>

(1<sup>η</sup>) Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός ~~με~~  
 $\frac{n^3}{3} - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \in \mathbb{Z}, \forall n \geq 1$

(2) Αν  $p \in \mathbb{P}$  και  $p^2 + 8 \in \mathbb{P}$  τότε και ο  $p^3 + 4 \in \mathbb{P}$

(3) (i) Αν  $m = p^k$  με  $p \in \mathbb{P}$  και  $k \geq 1$ , τότε  
 ο  $m$  δεν είναι τέλειος.

(ii) Αν  $n \in \mathbb{N}$  είναι τέλειος, τότε

$$\sum_{d|n} \frac{1}{d} = 2$$

(4) Να αποδείξετε ότι κάθε άρτος  
 τέλειος  $n, n > 6$  είναι κόμπος προς  
 $2 \pmod{9}$

(5) Αν οι φυσικοί αριθμοί  $a, b \in \mathbb{N}$   
 είναι τέτοιοι ώστε ο  $\frac{a^3+1}{b+1} + \frac{b^3+1}{a+1} \in \mathbb{N}$   
 τότε να αποδείξετε ότι, κατ'ανάγκη,  
 $\frac{a^3+1}{b+1} \in \mathbb{N}$  και  $\frac{b^3+1}{a+1} \in \mathbb{N}$ .

Ηράκλειο 1<sup>η</sup> - 10 - 2018 I. Avramidi Sns

Παράδοση, Τρίτη 9-10-2018