ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Χειμερινό Εξάμηνο 2018

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

Απαντήσεις ή υποδείξεις για κάποιες ασκήσεις του εργαστηρίου της Τρίτης 2 Οκτωβρίου

Υπόδειξη στην 3. Ο πρώτος πίνακας έχει διάσταση 1×1 (δηλαδή, είναι αριθμός), ενώ ο δεύτερος έχει διάσταση 3×3.

Απάντηση στην 5. $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -n & 1 \end{pmatrix}$.

Απάντηση στην 6. N^2 είναι ο μηδενικός 3×3 πίνακας.

Υπόδειξη στην 7: Αφού η σχέση $A \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ισχύει για **κάθε** τριάδα (b_1, b_2, b_3), δείτε ποιες σχέσεις θα πάρετε αν $(b_1, b_2, b_3) = (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$.

Υπόδειξη στην 8. Κάνετε τις εξής σημαντικές παρατηρήσεις:

<u>Η ιδιότητα που χαρακτηρίζει τον διαγώνιου πίνακα:</u> $a_{ij} = 0$ για κάθε ζεύγος (i, j) με $i \neq j$.

<u>Η ιδιότητα που χαρακτηρίζει τον άνω τριγωνικό πίνακα:</u> Όλα τα στοιχεία κάτω από τη διαγώνιο είναι μηδέν. Αυτό ισοδυναμεί με το ότι $a_{ij} = 0$ για κάθε ζευγάρι (i, j) με $i > j$.

<u>Η ιδιότητα που χαρακτηρίζει τον κάτω τριγωνικό πίνακα:</u> Όλα τα στοιχεία πάνω από τη διαγώνιο είναι μηδέν. Αυτό ισοδυναμεί με το ότι $a_{ij} = 0$ για κάθε ζευγάρι (i, j) με $i < j$.

Αν A, B είναι $n \times n$ πίνακες, τα στοιχεία του A συμβολίζομε με a (με τους κατάλληλους υποδείκτες), τα στοιχεία του B συμβολίζομε με b (με τους κατάλληλους υποδείκτες), τότε θυμηθήτε ότι $(AB)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$. Μετά, πάρετε μία-μία τις περιπτώσεις και χρησιμοποιείστε τις παραπάνω χαρακτηριστικές ιδιότητες κάθε κατηγορίας για να αποδείξετε τα εξής:

Αν οι A, B είναι διαγώνιοι, τότε αποδείξτε ότι $(AB)_{ij} = 0$ όταν $i \neq j$.

Αν οι A, B είναι άνω τριγωνικοί, τότε αποδείξτε ότι $(AB)_{ij} = 0$ όταν $i > j$.

Αν οι A, B είναι κάτω τριγωνικοί, τότε αποδείξτε ότι $(AB)_{ij} = 0$ όταν $i < j$.