

ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - Εαρινό εξάμηνο 2018-19
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3

Πρόβλημα 1. Έστω $k = \mathbb{C}$. Σε ποιά σημεία των παρακάτω ανάγωγων αλγεβρικών X συνόλων η ρητή συνάρτηση $h \in k(X)$ που δίδεται είναι regular;

α) $X = \mathbb{V}(x^2 + y^2 - 1) \in \mathbb{A}_{\mathbb{C}}^2$ και $h = (1 - y)/x$.

β) $X = \mathbb{V}(x^2 - y^2(1 + y)) \in \mathbb{A}_{\mathbb{C}}^2$ και $h = x/y$ ή $h = x^2/y^2$.

Πρόβλημα 2. $X = \mathbb{V}(x_1x_4 - x_2x_3) \in \mathbb{A}_{\mathbb{C}}^4$ και $h = x_1/x_2 \in k(X)$. Δείξτε ότι τά σημεία $(a, 0, c, 0) \in X$ είναι πόλοι τής h .

Πρόβλημα 3. Έστω X ένα αλγεβρικό υποσύνολο του \mathbb{A}_k^n . Δείξτε ότι τό X είναι συμπαγής χώρος ως προς τήν τοπολογία Zariski.

Πρόβλημα 4. Έστω $X \in \mathbb{A}^n$ ένα ανάγωγο αλγεβρικό σύνολο και $h \in K(X)$. Δείξτε οτι τό σύνολο των πόλων τής h είναι αλγεβρικό.

Προβλήματα 5-7. Οι ασκησεις 2.17, 2.19, 2.21 (α) από τό βιβλίο του A. Gathmann.