ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Χειμερινό Εξάμηνο 2018

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

Απαντήσεις ή υποδείξεις για κάποιες ασκήσεις του 6ου φυλλαδίου ασκήσεων

Υπόδειξη στην 1. Για κάθε $i = 1, 2, 3$ πρέπει να εξετάσετε αν υπάρχουν λ, μ τέτοια ώστε $v_i = \lambda u + \mu w$. Αν γράψετε τα διανύσματα ως στήλες, θα δείτε ότι η σχέση αυτή είναι ισοδύναμη με τη λύση του μη ομογενούς συστήματος, του οποίου ο πίνακας είναι

$$\left(\begin{array}{rr|c} 2 & 1 & \\ 1 & 1 & v_i \\ -1 & 3 & \end{array}\right).$$

Επειδή έχετε τρία συστήματα (ένα για κάθε v_i) με τον ίδιο πίνακα συντελεστών (το 3×2 αριστερό τμήμα του παραπάνω πίνακα) είναι καλό να τα λύσετε συγχρόνως, όπως σας υπέδειξα στο μάθημα, θεωρώντας τον πίνακα

$$\left(\begin{array}{rr|rrr} 2 & 1 & 7 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 0 & 0 & 13 \end{array}\right).$$

Απαντήσεις στη 2. Εφαρμόζοντας τη μέθοδο Jordan που συζητήθηκε στο μάθημα, θα βρείτε ότι οι πίνακες B, C, E δεν είναι αντιστρέψιμοι, ενώ οι υπόλοιποι πίνακες είναι και, πιο συγκεκριμένα,

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \; D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \; F^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -4 & 1 & -1 \\ -6 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \; G^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Υπόδειξη στην 3. Η άσκηση είναι παρόμοια με την 1 του φυλλαδίου 5, της οποία η λύση έχει αναρτηθεί. Εκείνη τη λύση, η οποία αναφέρεται σε πίνακα 3×3, θα μεταφέρετε κατάλληλα, αφού τώρα ο πίνακας A έχει διάσταση $n \times n$.