

# ΑΛΓΕΒΡΑ ΙΙ

Χειμερινό Εξάμηνο 2017/2018

Ασκήσεις

Φυλλάδιο 1°

(1) Έστω  $L/K$  επέκταση σωμάτων. Αν  $\alpha, \beta \in L$  να αποδείξετε ότι  
$$K(\alpha, \beta) = K(\alpha)(\beta)$$

(2) Αν  $S, T \subseteq L$  να αποδείξετε ότι  
$$K(S \cup T) = K(S)(T)$$

(3) Να αποδείξετε ότι  $[L:K] = 1 \Leftrightarrow L = K$

(4) Αν  $[L:K] = p$ ,  $p \in \mathbb{P}$ , τότε δεν υπάρχει ενδιάμεσο σώμα στην επέκταση  $L/K$

(5) Τι μορφή έχουν τα 6 ζεύγη του σώματος  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ . Ποιο είναι ο βαθμός της επέκτασης  $[\mathbb{Q}(\sqrt{2}):\mathbb{Q}]$ ;

(6) Να αποδείξετε ότι  $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}(\sqrt{2})$ . Ποιο είναι το ανάγωγο πολυώνυμο  $f_{\mathbb{Q}(\sqrt{2})}(\sqrt{3}, \mathbb{Q}(\sqrt{2}))$ ;

(7) Να υπολογιστεί ο βαθμός της επέκτασης  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})/\mathbb{Q}$

(8) Αν  $\alpha \in L$  είναι βαθμού  $n$ , να αποδείξετε ότι  $n \mid [L:K]$

Παράδοση την Τρίτη, 10-10-2017