

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ

Άσκηση 1. Βρείτε δ/μα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή μ κανονικού πληθυσμού όταν $n=20$,

$$\bar{X} = 7.5, \sigma^2 = 16, \alpha = 5\%.$$

Πως αλλάζει το διάστημα αν $\alpha = 1\%$;

Άσκηση 2. Μας δίνεται ότι $\bar{X} \sim N\left(400, \frac{625}{25}\right)$. Να βρεθεί ένα δ/μα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή μ του πληθυσμού για $\alpha = 5\%$.

Άσκηση 3. Μας δίνεται ότι $\bar{X} = 500, n = 400, s = 20$ (δηλ. η διασπορά είναι άγνωστη). Να βρεθεί ένα δ/μα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή μ του πληθυσμού για $\alpha = 1\%$. Ποιο είναι το δ/μα όταν για $\alpha = 5\%$;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

Άσκηση 1. Με μια νέα μέθοδο προσδιορισμού του σημείου τήξης (σ.τ.) μετάλλων προέκυψαν οι παρακάτω μετρήσεις για το μαγγάνιο: 1267, 1262, 1267, 1263, 1258, 1263, 1268. Να εξεταστεί αν η νέα μέθοδος σφάλει με ε.σ. 0.05, δεδομένου ότι το σ.τ. του μαγγανίου είναι 1260°C .

Άσκηση 2. Τα παρακάτω δεδομένα αφορούν τα φορτία θραύσης (σε tn/cm²) συνθετικών νημάτων δύο τύπων:

Τύπος I	1.2	0.3	0.8	0.5	0.4	0.9	1.0		
Τύπος II	1.4	1.5	1.1	1.0	0.8	1.7	0.9	0.7	0.6

Υποθέτοντας ισότητα διασπορών να εξεταστεί αν οι δύο τύποι νημάτων έχουν την ίδια μέση αντοχή σε ε.σ. 0.05.

Άσκηση 3. Έξι συνθετικά νήματα κόπηκαν στη μέση. Στο ένα τμήμα από κάθε ζεύγος εφαρμόστηκε μία ειδική χημική επεξεργασία για την αύξηση της αντοχής του, ενώ το άλλο αφέθηκε όπως είχε. Με βάση τα παρακάτω δεδομένα, όπου x_1 εκφράζει το δείκτη αντοχής του τμήματος με χημική επεξεργασία και x_2 το δείκτη αντοχής του τμήματος χωρίς χημική επεξεργασία, να εξεταστεί αν αυξάνει κατά 2.0 τουλάχιστον μονάδες ο δείκτης αντοχής των τμημάτων με χημική επεξεργασία ($\alpha=0.10$).

x_1	15.2	13.4	14.6	15.1	13.1	15.3
x_2	12.7	10.8	12.8	12.9	11.0	13.0

Άσκηση 4. Σε προβλήματα ελέγχου ποιότητας εκτός από τη διατήρηση ενός σταθερού μέσου μας ενδιαφέρει και η διατήρηση της διασποράς σε χαμηλά επίπεδα, διότι διαφορετικά αυξάνει ο κίνδυνος απόρριψης του προϊόντος. Από την παραγωγή τυχαίο δείγμα μεγέθους $n=16$ έδωσε δειγματική απόκλιση $S = 5.5$. Αν η μεγαλύτερη επιτρεπόμενη τυπική απόκλιση είναι $\sigma_0 = 4$ να εξεταστεί αν η παραπάνω υπέρβαση είναι στατιστικά σημαντική ή όχι ($\alpha=0.05$).

**ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ
(ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ / ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ)**

Άσκηση 1. Από την παραγωγή ενός μηχανήματος εμφιάλωσης αναψυκτικών επιλέχθηκε τυχαία ένα δείγμα 100 φιαλών ίδιου μεγέθους και μετρήθηκε με ακρίβεια η περιεχόμενη ποσότητα αναψυκτικού X . Από τις μετρήσεις προέκυψε ότι

$$\sum_{i=1}^{100} X_i = 49825 \text{ ml} \text{ και } \sum_{i=1}^{100} (X_i - \bar{X})^2 = 891 \text{ ml}^2 .$$

- α) Να υπολογιστεί η αμερόληπτη εκτιμήτρια της μέσης τιμής και της μεταβλητότητας της ποσότητας αναψυκτικού που τοποθετεί το συγκεκριμένο μηχάνημα εμφιάλωσης σε κάθε φιάλη.
- β) Να κατασκευαστεί το 95% διάστημα εμπιστοσύνης της μέσης τιμής της ποσότητας αναψυκτικού που τοποθετεί το συγκεκριμένο μηχάνημα εμφιάλωσης σε κάθε φιάλη.
- γ) Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 1% εάν η μέση τιμή του περιεχομένου που τοποθετεί το συγκεκριμένο μηχάνημα είναι μικρότερη των 499 ml.
- δ) Θα μπορούσε κανείς με βάση τις μετρήσεις του συγκεκριμένου δείγματος να ισχυριστεί ότι η μέση τιμή του περιεχομένου που τοποθετεί το συγκεκριμένο μηχάνημα είναι μικρότερη των 498 ml; Σχολιάστε την απάντησή σας.

Άσκηση 2. Από την παραγωγή ενός μηχανήματος κοπής μεταλλικών αξόνων επιλέχθηκε τυχαία ένα δείγμα 100 αξόνων και μετρήθηκε με ακρίβεια το μήκος τους X . Από τις μετρήσεις προέκυψε ότι $\sum_{i=1}^{100} X_i = 7525 \text{ cm}$ και $\sum_{i=1}^{100} (X_i - \bar{X})^2 = 1584 \text{ cm}^2$.

- α) Να υπολογιστεί η αμερόληπτη εκτιμήτρια της μέσης τιμής και της μεταβλητότητας του μήκους των μεταλλικών αξόνων που παράγονται από το συγκεκριμένο μηχάνημα κοπής.
- β) Να υπολογιστεί το 90% αμφίπλευρο διάστημα εμπιστοσύνης της μέσης τιμής του μήκους των μεταλλικών αξόνων που παράγονται από το συγκεκριμένο μηχάνημα κοπής.
- γ) Να υπολογιστεί το 95% άνω όριο της μέσης τιμής του μήκους των μεταλλικών αξόνων που παράγονται από το συγκεκριμένο μηχάνημα κοπής.
- δ) Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 1% εάν η μέση τιμή του μήκους των μεταλλικών αξόνων που παράγονται από το συγκεκριμένο μηχάνημα κοπής είναι μικρότερη των 76 cm.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

Άσκηση 1. Δίνονται οι 30 παρατηρήσεις (Exercise1.csv) με βάση τις οποίες θέλουμε να δημιουργήσουμε ένα γραμμικό μοντέλο για την πρόβλεψη της Y μέσω των ανεξάρτητων μεταβλητών X_1, X_2 .

1. Εξετάστε ποιο από τα παρακάτω δύο μοντέλα:

i. $Y = \beta_0 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$

ii. $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$

είναι το καλύτερο – και εξηγήστε που βασίζετε την εξήγησή σας.

Άσκηση 2. Δίνονται οι παρακάτω 54 παρατηρήσεις (Exercise2.csv) με βάση τις οποίες θέλουμε να δημιουργήσουμε ένα γραμμικό μοντέλο για την πρόβλεψη της Y μέσω κάποιας ή κάποιων από τις ανεξάρτητες μεταβλητές X_1, X_2, X_3, X_4 .

- i. Να εξεταστούν όλα τα δυνατά απλά γραμμικά μοντέλα που περιέχουν βάση των μεταβλητών X_1, X_2, X_3, X_4 και την $Y' = \log_{10} Y$.
- ii. Ποιο είναι το καλύτερο μοντέλο; δικαιολογήστε την απάντησή σας.