

**Άσκηση 1:** Οι ηλικίες 30 υπαλλήλων μιας επιχείρησης είναι: 24, 24, 40, 22, 32, 51, 41, 22, 42, 43, 44, 51, 23, 30, 20, 32, 34, 64, 19, 23, 22, 50, 50, 33, 60, 40, 20, 50, 42, 41.

- α) Να βρεθεί ο αριθμητικός μέσος των ηλικιών των υπαλλήλων,  
 β) Ποια είναι η μέση ηλικία αν ομαδοποιήσουμε τις ηλικίες ανά 10 χρόνια;

**Λύση:**

α) αριθμητικός μέσος =  $(24+24+40+\dots+41)/30 = 36.3$ .

β) Ενδεικτικά, ο πίνακας συχνοτήτων είναι:

Ηλικία	Κεντρική τιμή δ/τος	Συχνότητα
Κάτω από 20	18	1
[20, 30)	25	9
[30, 40)	35	5
[40, 50)	45	8
[50, 60)	55	5
Πάνω από 60	63	2

$$\text{Αριθμητικός μέσος} = \frac{18 \cdot 1 + \dots + 63 \cdot 2}{1 + \dots + 2} = 39.4$$

**Άσκηση 2:**

α) Σε ένα διαγώνισμα είχαμε τις ακόλουθες επιδόσεις: 8, 13, 18, 9, 13, 11, 12, 12, 10, 13, 11, 8, 14, 10, 12.

β) Δίνονται τα ακόλουθα 3000 εισοδήματα:

Εισοδήματα	Συχνότητες	Αθροιστική κατανομή
[0, 500)	400	400
[500, 1000)	800	1200
[1000, 1500)	600	1800
[1500, 2000)	1200	3000

Θέλουμε να βρούμε τη διάμεσο των άνωθεν εισοδημάτων.

**Λύση:**

α) έχουμε 15 τιμές, οπότε  $(15+1)/2 = 8$  που είναι ακέραιος, οπότε η διάμεσος θα είναι η 8<sup>η</sup> τιμή του δείγματος αφού διατάξουμε τις παρατηρήσεις:

Οι διατεταγμένες παρατηρήσεις είναι: 8, 8, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 18.

Η 8<sup>η</sup> παρατήρηση είναι η 12 η οποία έχει 7 παρατηρήσεις δεξιά της και άλλες 7 αριστερά.

β) Το μισό του 3,000 είναι το 1500 το οποίο βρίσκεται στο υποδ/μα [1000, 1500). Με βάση τον τύπο του βιβλίου έχουμε:

$$M = X_{i1} + \delta \cdot \frac{N/2 - F_{i-1}}{f_i} = 1000 + 500 \cdot \frac{1500 - 1200}{600} = 1250.$$

**Άσκηση 3:** Ένα κεφάλαιο αυξάνει κατά τον εξής τρόπο: από 100,000 γίνεται 180,000 τον επόμενο χρόνο και στο τέλος του μεθεπόμενου χρόνου γίνεται 198,000. Να βρεθεί η μέση ποσοστιαία μεταβολή του κεφαλαίου.

**Λύση:** Ο γεωμετρικός μέσος είναι

$$G = \sqrt{\frac{180,000}{100,000} \frac{198,000}{180,000}} = 1.407.$$

Οπότε ο ρυθμός μεταβολής του κεφαλαίου είναι  $r=G-1 = 0.407 = 40.7\%$ .

**Άσκηση 4:** Να υπολογιστούν τα ποσοστιαία σημεία των παρακάτω δεδομένων: 11,24,41, 45, 46, 48, 49, 50, 51, 51, 51, 52, 56, 57, 61, 62, 64, 68, 69, 71, 75, 83, 87, 94.

**Λύση:**

Διάμεσος: έχουμε 24 παρατηρήσεις, οπότε  $(24+1)/2=12.5$  που δεν είναι ακέραιος οπότε η διάμεσος είναι ο μ.ο. της 12<sup>ης</sup> και 13<sup>ης</sup> παρατήρησης. Άρα  $M = (52+56)/2=54$ .

Q<sub>1</sub>:  $(24+1)/4 = 6.25$  οπότε το πρώτο τεταρτημόριο είναι ο μ.ο. μεταξύ της 6 και 7<sup>ης</sup> παρατήρησης, δηλαδή  $(48+49)/2 = 48.5$

Q<sub>3</sub> :  $3*25/4 = 75/4 = 18.75$  μη ακέραιος πάλι. Οπότε Το τρίτο τεταρτημόριο είναι ο μ.ο της 18<sup>ης</sup> και 19<sup>ης</sup> τιμής, δηλ.  $(68+69)/2 = 68.5$ .

**Άσκηση 5:** Οι τιμές της βενζίνης σε μία περιοχή είναι (σε λεπτά του ευρώ): 173, 173, 171, 171, 171, 171, 176, 180, 180, 183, 183, 183, 187, 187, 187, 187, 189, 189, 189.

α) Να βρεθούν η επικρατούσα τιμή, η διάμεσος και ο αριθμητικός μέσος.

β) Ρωτάμε άλλα 12 βενζινάδικα και λαμβάνουμε τιμή 186 λεπτά. Να υπολογιστεί ο αριθμητικός μέσος των τιμών στα 32 βενζινάδικα.

**Άσκηση 6.** Το 1972 μία χώρα χρειάστηκε 354,3 εκ. τόνους λιγνίτη για ενέργεια. Για τα χρόνια μέχρι το 1976 οι ανάγκες της αυξήθηκαν ως εξής.

Χρονική περίοδος	Μεταβολή
1972-1973	1.07
1973-1974	0.97
1974-1975	0.95
1975-1976	1.06

Να βρεθεί η μέση μεταβολή (ποιον μ.ο. θα χρησιμοποιήσετε);

**Άσκηση 7.** Μια ερώτηση έχει τρεις εναλλακτικές απαντήσεις: A, B και C. Ένα δείγμα 120 απαντήσεων αποτελείται από 60 A, 24 B και 36 C. Να φτιάξετε τον Πίνακα της κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

**Άσκηση 8.** Δίνεται ο παρακάτω πίνακας

Κλάση	Σχετική Συχνότητα, $p_i$
A	0.22
B	0.18
C	0.40

D

- α. Ποια είναι η σχετική συχνότητα της κλάσης D;
- β. Το μέγεθος του δείγματος είναι 200. Ποια είναι η συχνότητα της κλάσης D;
- γ. Να βρείτε τις συχνότητες και για τις υπόλοιπες κλάσεις.
- δ. Να βρείτε τις σχετικές συχνότητες ως ποσοστά.

**Άσκηση 9.** Από ένα δείγμα ερωτηματολογίων προκύπτουν 58 ΝΑΙ, 42 ΟΧΙ και 20 ΔΕΝ ΓΝΩΡΙΖΩ απαντήσεις.

- α. Στην κατασκευή του διαγράμματος 'πίτα', πόσες μοίρες πρέπει να έχει το κομμάτι ΝΑΙ;
- β. Πόσες μοίρες το κομμάτι ΟΧΙ;
- γ. Να κατασκευάσετε την 'πίτα' για τα παραπάνω στατιστικά δεδομένα.
- δ. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα για τα παραπάνω στατιστικά δεδομένα.

**Άσκηση 10.** Σύμφωνα με μετρήσεις της AGB οι 4 πρώτες σε τηλεθέαση ξένες σειρές χθες ήταν: CSI, Στην Εντατική, Φιλαράκια, Dexter. Τα στατιστικά δεδομένα από ένα δείγμα 50 τηλεθεατών είναι τα ακόλουθα:

CSI, CSI, Φιλαράκια, CSI, Φιλαράκια, Στην Εντατική, Φιλαράκια, Dexter, CSI, Στην Εντατική, Στην Εντατική, Dexter, Dexter, Φιλαράκια, CSI, Φιλαράκια, Στην Εντατική, Φιλαράκια, Dexter, CSI, Dexter, CSI, Στην Εντατική, CSI, Φιλαράκια, Στην Εντατική, CSI, Φιλαράκια, Φιλαράκια, CSI, Στην Εντατική, Στην Εντατική, Φιλαράκια, Φιλαράκια, Φιλαράκια, Στην Εντατική, CSI, Φιλαράκια, CSI, CSI, CSI, Φιλαράκια, Στην Εντατική, CSI, Στην Εντατική, CSI, Φιλαράκια, CSI, Dexter, CSI.

- α. Τα παραπάνω είναι ποιοτικά ή ποσοτικά στατιστικά δεδομένα;
- β. Να φτιάξετε τον Πίνακα απόλυτων και σχετικών συχνοτήτων.
- γ. Να κατασκευάσετε την 'πίτα' και το ραβδόγραμμα για τα παραπάνω στατιστικά δεδομένα.
- δ. Με βάση τα στατιστικά δεδομένα του δείγματος ποια από τις παραπάνω ξένες σειρές έχει τη μεγαλύτερη τηλεθέαση; Ποιά ακολουθεί;

**Άσκηση 11.** Τα ελληνικά επίθετα που έχουν το πρόθεμα Καρά- ή Δελή/Ντελή- (Καραγιάννης, Καρακώστας, Καραπάνος, Καραγιώργης, Δεληγιάννης, Δεληγιώργης, Δεληπέτρος, κ.ά.) υποδηλώνουν ότι υπήρχε κάποιος πρόγονος που είτε ήταν πολύ μελαχρινός, μαυριδερός (καρά = μαύρος στα τουρκικά), είτε λίγο λοξός, παλαβιάρης, κουζουλός, σαλεμένος (ντελής = όλα τα προηγούμενα στα τουρκικά). Σε ένα δείγμα 50 Ελλήνων που έχουν τα παραπάνω επίθετα προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Καρακώστας Καραγιώργος Καραγιάννης Δεληγιώργης Δεληγιάννης Καρακώστας Καραπάνος  
Καραγιώργος Καραπάνος Καραγιάννης Δεληγιάννης Καραπάνος Καραγιώργος  
Καραγιάννης Δεληγιάννης Καραπάνος Καρακώστας  
Καραγιώργος Δεληγιάννης Καραπάνος Καρακώστας  
Δεληγιώργης Καραπάνος Δεληγιάννης Δεληγιώργης Καραγιώργος Δεληγιάννης  
Καραγιάννης Δεληγιώργης Καραπάνος Δεληγιάννης  
Καρακώστας Δεληγιάννης Καραπάνος Δεληγιάννης  
Καραγιώργος Δεληγιώργης Δεληγιάννης Καραγιώργος Καραπάνος Δεληγιάννης

Δεληγιάννης Δεληγιώργης Καραπάνος

Καραγιάννης

Καρακώστας Καρακώστας Καραγιάννης Δεληγιώργης Δεληγιώργης

α. Να παρουσιάσετε σε ένα Πίνακα, τις κατανομές (απόλυτων) συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (%).

β. Να φτιάξετε το ραβδόγραμμα και την 'πίτα' των παραπάνω στατιστικών δεδομένων.

γ. Με βάση τα στατιστικά δεδομένα του δείγματος πιο είναι το πιο συνηθισμένο επίθετο; Ποιο είναι το δεύτερο πιο συνηθισμένο;

**Άσκηση 12.** Θεωρήστε τα ακόλουθα στατιστικά δεδομένα

14	21	23	21	16	19
24	24	25	19	16	19
16	17	18	23	25	20
24	26	15	22	24	20
22	18	23	22	25	19
16	24	16	21	20	22
16	12	19	20		

Κατασκευάστε τον Πίνακα (απολύτων) συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων (%) χρησιμοποιώντας τις κλάσεις 12-14, 15-17, 18-20, 21-23 και 24-26.

**Άσκηση 13.** Θεωρήστε τον παρακάτω Πίνακα

<u>Κλάσεις</u>	<u>Συχνότητα</u>
10-19	10
20-29	14
30-39	17
40-49	7
50-59	2

α. Φτιάξτε τον Πίνακα κατανομής της αθροιστικής συχνότητας και της αθροιστικής σχετικής συχνότητας.

β. Φτιάξτε το ιστόγραμμα και το διάγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων.

**Άσκηση 14.** Θεωρήστε τα παρακάτω στατιστικά δεδομένα

8.9	10.2	11.5	7.8	10.0	12.2	13.5	14.1	10.0	12.2
6.8	9.5	11.5	11.2	14.9	7.5	10.0	6.0	15.8	11.5

Παρουσιάστε σε Πίνακα την κατανομή συχνοτήτων και την κατανομή σχετικών συχνοτήτων (%).

**Άσκηση 15.** Οι χρόνοι αναμονής (σε λεπτά της ώρας) σε ένα ιατρείο για ένα δείγμα ασθενών τον προηγούμενο μήνα ήταν: 2 5 10 12 4 4 5 17 11 8 9 8 12 21 6 8 12 21 6 8 7 13 18 3. Σε ένα πίνακα να παρουσιάσετε

α. την κατανομή συχνοτήτων,

- β. την κατανομή σχετικών συχνοτήτων,
- γ. την αθροιστική κατανομή συχνοτήτων,
- δ. την αθροιστική κατανομή σχετικών συχνοτήτων.

Τι ποσοστό των ασθενών έχει χρόνο αναμονής το πολύ εννέα λεπτά;

**Άσκηση 16.** Τα παρακάτω δεδομένα του Πίνακα 1 αφορούν ένα δείγμα από 450 οικογένειες σε σχέση με το μηνιαίο εισόδημα της κάθε οικογένειας, που παριστάνεται με τη μεταβλητή  $X$ .

ΠΙΝΑΚΑΣ 1	
Μηνιαίο εισόδημα ( $X$ )	Συχνότητα
Έως 1000 ευρώ	49
1000-2000 ευρώ	122
2000-3000 ευρώ	148
3000-4000 ευρώ	55
4000-5000 ευρώ	47
5000-6000 ευρώ	29

Για τη μεταβλητή  $X$ ,

- α. να γίνει ο πίνακας αθροιστικών συχνοτήτων και ο πίνακας σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.
- β. να βρεθούν ο αριθμητικός μέσος, ο γεωμετρικός μέσος, η επικρατούσα τιμή, η διάμεσος και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος.

**Άσκηση 17.** Έστω ότι  $X$  = ο αριθμός των εργαζομένων στα μεγάλα εμπορικά καταστήματα μιας πόλης, κάθε ένα από τα οποία απασχολεί από 30 άτομα και πάνω. Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν  $N=15$  τέτοια καταστήματα στην πόλη και η απασχόληση σε αυτά είναι η εξής:  $X = 30, 38, 46, 31, 42, 30, 47, 34, 40, 49, 33, 39, 36, 45, 41$ . Να υπολογιστούν ο αριθμητικός και ο γεωμετρικός μέσος.

**Άσκηση 18.** Από ένα δείγμα 16 ατόμων καταγράψαμε τις παρακάτω ηλικίες: 33, 36, 5, 8, 36, 30, 12, 13, 4, 34, 40, 65, 4, 2.5, 43, 2.5. να βρεθεί η μέση τιμή ηλικίας στο δείγμα.

**Άσκηση 19.** Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ώρες εργασίας και το ωρομίσθιο 5 εργατών, σε €, που απασχολούνται στην εκτέλεση ενός έργου:

Εργάτης	Ώρες εργασίας	Ωρομίσθιο	Συνολική αμοιβή
A	50	50	2.500
B	150	50	7.500
Γ	200	40	8.000
Δ	50	80	4.000
E	50	80	4.000

Σύνολο	500	300	26.000
--------	-----	-----	--------

Να υπολογιστεί η μέση τιμή της ωριαίας εργασίας των εργατών λαμβάνοντας υπόψη τις ώρες εργασίας.

**Άσκηση 20.** Ένας οδηγός φορτηγού διανομής τροφίμων, αγόρασε σε μια μέρα πετρέλαιο από τρία διαφορετικά πρατήρια. Από το πρώτο αγόρασε 6 λίτρα προς 0,75€ το λίτρο, από το δεύτερο 12 λίτρα προς 0,84€ το λίτρο και από το τρίτο 5 λίτρα προς 0,76€ το λίτρο. Να υπολογισθεί το μέσο ποσό ανά λίτρο που πλήρωσε ο οδηγός.

**Άσκηση 21.** Στον παρακάτω πίνακα δίνονται τα μηνιαία έξοδα 120 φοιτητών σε €. Να υπολογισθεί ο αριθμητικός μέσος, η διάμεσος, η επικρατούσα τιμή και τα τεταρτημόρια.

Κάτω όριο	Άνω όριο	Συχνότητα
100	150	12
150	200	15
200	250	25
250	300	32
300	350	24
350	400	12
Σύνολο		120

**Άσκηση 22.** Έπειτα από έρευνα που πραγματοποιήθηκε συλλέξαμε το ετήσιο εισόδημα 190 εργαζομένων.

Ετήσιο εισόδημα σε χιλιάδες €		Εργαζόμενοι
Κάτω όριο	Άνω όριο	
6	12	4
12	18	47
18	24	68
24	30	25
30	36	7
36	42	11
42	48	6
48	54	9
54	60	4
60	66	3
66	72	2
72	78	2
78	84	1
84	90	0

90	96	0
96	102	1
Σύνολο		190

Να υπολογισθούν α) ο αριθμητικός και γεωμετρικός μέσος, β) η διάμεσος, γ) η επικρατούσα τιμή, δ) τα τεταρτημόρια, ε) η διακύμανση και στ) η τυπική απόκλιση του δείγματος.

**Άσκηση 23.** Η συγκέντρωση (σε  $\mu\text{g} / \text{cm}^3$ ) ενός συγκεκριμένου ρύπου σε δείγματα αέρος που πάρθηκαν από 57 πόλεις των ΗΠΑ δίνεται από τον επόμενο πίνακα:

68	63	42	27	30	36	28	32	79	27	22	23	24
25	24	65	43	25	74	51	36	42	28	31	28	25
45	12	57	51	12	32	49	38	42	27	31	50	38
21	16	24	69	47	23	22	43	27	49	48	23	12
19	46	30	49	49								

Να υπολογισθεί ο αριθμητικός μέσος του δείγματος. Να γίνει ομαδοποίηση και να υπολογισθούν α) ο αριθμητικός και γεωμετρικός μέσος, β) η επικρατούσα τιμή, γ) η διακύμανση, δ) η τυπική απόκλιση και ε) ο συντελεστής μεταβλητότητας.

**Άσκηση 24.** Η βαθμολογία 70 μαθητών σε ένα τεστ νοημοσύνης δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

103	115	124	137	98	115	94	110	99	117	120	103	117	121
123	132	114	119	128	121	124	114	120	105	91	97	115	122
117	127	109	119	105	96	97	119	109	115	127	117	103	115
110	112	111	96	110	99	116	110	107	119	110	116	127	112
98	122	102	100	107	103	96	110	132	103	120	105	103	103

Να γίνει η ομαδοποίηση των δεδομένων και να υπολογισθούν α) ο αριθμητικός, β) ο γεωμετρικός, γ) ο αρμονικός μέσος, δ) η επικρατούσα τιμή, ε) η διάμεσος, στ) τα τεταρτημόρια, ζ) η διακύμανση, η) η τυπική απόκλιση, θ) ο συντελεστής μεταβλητότητας, ι) οι συντελεστές ασυμμετρίας και κ) οι συντελεστές κύρτωσης.