

Θεμέλια των Μαθηματικών - Εαρινό Εξάμηνο 2017-18,
Διδάσκοντες: Ι. Αντωνιάδης, Α. Κουβιδάκης
Φυλλάδιο 10

1. Να υπολογιστεί ο $\mu\kappa\delta(7026, 3999)$ και να γραφεί ως γραμμικός συνδυασμός αυτών (με ακέραιους συντελεστές). Το ίδιο και για τους αριθμούς 567 και 392.
2. Αν $(a, b) = 1$ να αποδειχθεί ότι $\mu\kappa\delta(a + b, a - b) = 1$ ή 2.
3. Αν $(a, b) = 1$ να αποδειχθεί ότι $\mu\kappa\delta(a + b, a^2 - ab + b^2) = 1$ ή 3.
4. Αν $(a, b) = 1$ και $c \in \mathbb{Z}$ να αποδειχθεί ότι $\mu\kappa\delta(ab, c) = \mu\kappa\delta(a, c) \cdot \mu\kappa\delta(b, c)$.
5. Να αποδειχθεί ότι $\mu\kappa\delta(a + b, 5a + 6b) = \mu\kappa\delta(a, b)$.
6. Αν $(a, 6) = (b, 6) = 1$ να αποδειχθεί ότι $\mu\kappa\delta(a^2 - b^2, 12) = 12$.
7. Να βρεθούν φυσικοί αριθμοί m, n τέτοιοι ώστε $m + n = 432$ και $\mu\kappa\delta(m, n) = 36$.
8. Να αποδειχθεί ότι για κάθε φυσικό n ισχύει ότι $\mu\kappa\delta(n^2 + 1, (n + 1)^2 + 1) = 1$ ή 5.
9. Να υπολογιστούν οι φυσικοί αριθμοί m, n οι οποίοι ικανοποιούν την σχέση $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} + \frac{1}{mn} = 1$.
10. Έστω $a, b, c \in \mathbb{N}$ με $(b, c) = 1$ και $n \in \mathbb{N}$ με $n \geq 2$. Αν $a^n = bc$ να αποδειχθεί ότι υπάρχουν φυσικοί a_1, a_2 με $(a_1, a_2) = 1$, $a = a_1 a_2$ για τους οποίους ισχύει ότι $b = a_1^n$ και $c = a_2^n$.