

MEM 204 ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

Φυλλάδιο Ασκήσεων 5

Άσκηση 5.1 Λύστε τα παρακάτω συστήματα γραμμικών ισοτιμιών:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{2} \\ 3x \equiv 1 \pmod{5} \\ 2x \equiv 3 \pmod{7} \end{array} \right\}, \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x \equiv 4 \pmod{6} \\ 3x \equiv 2 \pmod{5} \end{array} \right\}.$$

Άσκηση 5.2 Υπολογίστε το τελευταίο (λιγότερο σημαντικό) ψηφίο του αριθμού  $8^{123}$ .

Άσκηση 5.3 Υπολογίστε τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού  $14^{23}$ .

Άσκηση 5.4 Υπολογίστε τα δύο τελευταία ψηφία, στην γραφή ως προς τη βάση 6, του αριθμού  $10^{1234567}$ . Δηλαδή, εάν γράψουμε τον αριθμό στη μορφή  $a_0 + 6a_1 + \dots + 6^k a_k$ , με  $a_i \in \{0, \dots, 5\}$ , υπολογίστε τα  $a_0, a_1$ . Ποιό είναι το αποτέλεσμα εάν αλλάξουμε τον εκθέτη σε 7654321; Υπολογίστε τα δύο τελευταία ψηφία, στη γραφή ως προς τη βάση 6, του αριθμού  $10^n$  για κάθε  $n \in \mathbb{N}$ .

Άσκηση 5.5 Ορίζουμε την ακολουθία  $a_1 = 3$ ,  $a_n = 3^{a_{n-1}}$ , για  $n \geq 2$ . Υπολογίστε τα δύο τελευταία ψηφία του  $a_n$ .

Άσκηση 5.6 Υπολογίστε όλες τις λύσεις για κάθε μία από τις παρακάτω ισοτιμίες:

α'.  $x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{21}$ ,

β'.  $x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{15}$ ,